Årg. 38:3 Sept. 1955

ELEMENTA

Tidskrift för matematik, fysik och kemi

TREDJE HÄFTET

Hans Råstad, En verifisering av lovene for svingende strenger 153

Hans Weibull, Temperaturbestämning med termoelement 157

Einar Wetterwik, Försök med fysikaliska utställningar 161

Josef Andersson, En diofantisk uppgift i grafisk belysning 165

H. Stenmark, Några astronomiska arbetsuppgifter i skolan 171

G. Starck, Kemisk reaktionshastighet II 174

Arne Elfving och Bertil Englund, Gasmätrör i kemiundervisningen 177

Notiser: Stig Hjalmars, En diskutabel motivering för maximum och minimum; G. Starck, Metallernas spänningskedja; G. Kellström, Modell till inklinationsnål; Alfred Nilsson, En badboll som gasometer; Inga-Britt och Tord Beckman, En apparat för demonstration av Boyles lag 179

Aktuellt: B. L. Stara, Finlands matematik- och fysiklärarförbund 20 år; Viktor Räntilä, Industrikurs för geografi- och kemilärare 16—22 juni 1955; Einar Wetterwik, Svenska Teknologföreningens rikspremier 185

Gradualavhandlingar: G. Erlandsson; N. Sundén; Maja Edstrand; O. Lönnqvist; L. Sandgren; C. Hyltén-Cavallius; K.-E. Larsson; S. Lundqvist 190

Bokanmälningar: se omslagets andra sida.

Problemavdelning:
Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 220
Matematiska och fysikaliska uppgifter i fyllnadsprövning efter studentexamen aug.-sept. 1955 223

Författare i detta häfte (omslagets andra sida); Insänd litteratur (218)

Annonsörer: Almqvist & Wiksell; Axell & Sundströms AB; Rudolph Grave; Lindståhls Bokhandel; Norstedt & Söner; Svenska Bokförlaget.

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

ELEMENTA

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Prenumeration sker genom inbetalning å postgiro 527 55; pr år kr. 12:50, pr häfte kr. 3:50. Tidskriften sändes som utgivarkorsband.

Red.-kommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, byrådirektör S. Comét, lektor Torsten Jönsson, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom. Red. o. exp. Karlbergsv. 16, Stockholm.

Särtryck, tidigare årg., pärmar: Se marshäftet.

Kemiska reaktionsformler

av professor Lars Gunnar Sillén

föreligger nu i tredje tryckningen (sept. 1955). I detta särtryck av uppsatser i Elementa åren 1945/1946 visar förf., hur reaktionsformler bör skrivas för att de skall överensstämma med de senaste årtiondenas framsteg inom lösningskemin.

I tredje tryckningen har gjorts några ändringar och tillägg.

Pris kr. 2:60

Bokanmälningar: d'Ocagne, Histoire abrégée des sciences mathématiques; Goudet, Les fonctions de Bessel; Cossa, La cybernétique; Baldus/Löbell, Nichteuklidische Geometrie; Haupt/Aumann/Pauk, Differential- und Integralrechnung; Cooke, Linear Operators; Braddick, The Physics of Experimental Method; Dean, Report on the Atom; Jay, Britain's Atomic Factories; Rotblat, Atomic Energy; Smithsonian Physical Tables; Hudson, Conveyors and Related Equipment; Gustafsson, Maskinelement; Nilsson, Fysik I, för reallinjen; Johnson, Physical Meteorology; Blanc-Lapierre/Perrot, Conductibilité électrique des lames métalliques minces; Colombani, Propriétés magnétiques des lames métalliques minces; Kosmos, bd 32; Lewis/Wells, Millimicrosecond Pulse Techniques; Faul, Nuclear Geology; Rankama, Isotope Geology; Heuter/Bolt, Sonics; Gustafsson, Beskrivande maskinlära; Malm/Frantz, College Chemistry in the Laboratory; Holleman/Schuler, Einfache Versuche auf dem Gebiete der organischen Chemie; Jasmund, Die silikatischen Tonminerale; Boklund, Kvalitativ biokemisk analys; Hecker, Verteilungsverfahren im Laboratorium 198

Författare i detta häfte: fil. dr. J. Andersson, Vaxholm; lärov. adj. Inga-Britt Beckman, Stockholm; civiling. T. Beckman, Stockholm; laborator A. Broman, Göteborg; professor L. Carleson, Uppsala; lektor E. Dahlin, Stockholm; fil. dr. Maja Edstrand, Stockholm; lärov. adj. A. Elfving, Stockholm; lektor B. Englund, Uppsala; docent G. Erlandsson, Stockholm; lektor Th. Forsner, Gävle; lektor E. Glas, Stockholm; lektor B. Grundström, Djursholm; lektor S. Hjalmars, Solna; docent C. Hyltén-Cavallius, Lund; lektor T. Jönsson, Stockholm; lektor G. Kellström, Stockholm; byrådirektör G. Kjellberg, Stockholm; fil. dr. K.-E. Larsson, Stockholm; lektor A. Leide, Lund; laborator E. Lindholm, Göteborg; docent S. Lundqvist, Uppsala; fil. dr. O. Lönnqvist, Stockholm; lärov. adj. A. Nilsson, Västerås; lektor E. Nordefeldt, Stockholm; lektor H. Råstad, Elverum, Norge; lärov. adj. V. Räntilä, Linköping; docent L. Sandgren, Malmö; lektor K. Sjögren, Göteborg; lektor G. Starck, Stockholm; lärov. adj. H. Stenmark, Bromma; lektor B. L. Stara, Helsingfors; fil. dr. N. Sundén, Malmö; prof. J. Tandberg, Stockholm; fil. lic. M. Tideman, Uppsala; dr. techn. H. von Ubisch, Stockholm; civiling. H. Weibull, Stockholm; lärov. adj. E. Wetterwik, Stockholm; docent S. Widequist, Uppsala; civiling. U. Åberg, Stockholm; civiling. H. U. Åström, Stockholm.

Bilagor: *Lindståhls Bokhandel*; *Aristo räknestickor.*

Lärobok i matematik

för realgymnasiets

biologiska gren

Fredrik Ehrnst

MATEMATIK för Rb

En ny lärobok som tillkommit med tanke på att de nya kursplanerna för gymnasiet ibland medfört att de olika kursmomenten måste hopplockas från olika böcker. Läroboken är direkt avpassad för realgymnasiets biologiska gren och innehåller alltså analytisk geometri och rymdgeometri, funktionslära och grunderna för matematisk statistik.
Boken är illustrerad med ett stort antal figurer.

C:a 9: 50

Lärarrabatt vid direkt rekv. från förlaget

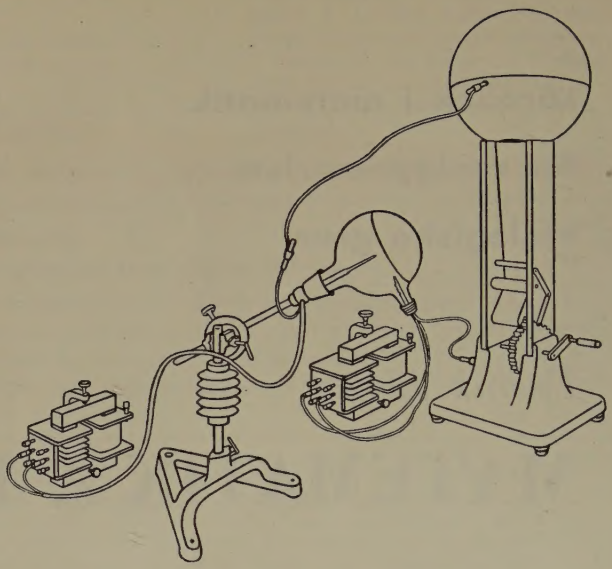
Utkommer i oktober

ALMQVIST & WIKSELL

Box 159 - Stockholm 1 - Postgiro 758

AWE

LEYBOLD



FÄLTELEKTRONMIKROSKOP

är en god hjälp vid undervisning i dagens ämne »atomfysik». Kan erhållas med preparaten Barium-Vorrat och Ftalocyanin. Apparat- och försöksbeskrivningar medföljer apparaturen.

Representant för

SPINDLER & HOYER, GÖTTINGEN OCH LEYBOLD, KÖLN

— RUDOLPH GRAVE AB —

Skolavdelningen

STOCKHOLM 3
Malmskillnadsgatan 48 c
Box 3082
Tel. 23 37 80

MALMÖ 6
Malmgatan 10
Box 6058
Tel. 381 25

En verifisering av lovene for svingende strenger

Av lektor Hans Råstad, Elverum, Norge

Frekvensen for transversalsvingninger i strenger er avhengig av strengens lengde l, stramning F og masse pr. lengdeenhet m. For strengens grunntone er frekvensen f_0 gitt ved formelen:

$$f_0=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{m}} \qquad \text{(Taylors formel)}$$

Foruten grunntonen oppstår overtoner og frekvensene danner en harmonisk tonerekke, f_0, $2f_0$, $3f_0$ osv. En generell formel får vi ved å sette:

$$f_k=\frac{1+k}{2l}\sqrt{\frac{F}{m}}=(1+k)f_0$$

hvor k kan ha verdiene 0, 1, 2, 3 osv. Samtidig gir verdien av k antall knuter mellom festepunktene. For de teoretiske betraktninger henvises til literaturen, f. eks. lit. fort. 1, s. 389.

Ønsker man å foreta en eksperimentell undersøkelse for å verifisere formlene vil det være vanskelig å bestemme tonefrekvensene nøyaktig nok med øret. Mer hensiktsmessig er det å utføre forsøkene ved hjelp av en tonegenerator (lavfrekvensoscillator), to elektromagnetiske vibrasjons pick-ups og et indikatorinstrument, f. eks. en katodestråle-oscillograf. Forsøkene kan også gjennomføres uten oscillografen og med *en* pick-up idet buker og knuter kan vises med papirryttere.

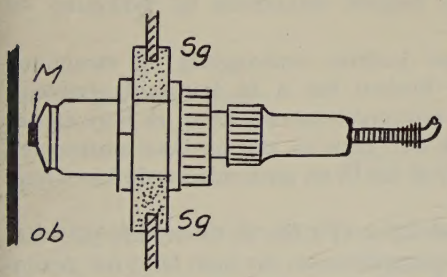


Fig. 1. Elektromagnetisk vibrasjons pick-up.

Magnetpol (M), svampgummi (Sg), svingende objekt (ob).

Den elektromagnetiske vibrasjons pick-up består av en stavformet permanent magnet i forbindelse med en spole med stort vindingstall (fig. 1). Magneten med spolen er skjermet med en hylse av ferromagnetisk materiale, bortsett fra den siden hvor den ene magnetpolen stikker fram. Her sørger et deksel av ikke-magnetisk metall for mekanisk og elektrisk skjerming. Hvis et ferromagnetisk objekt bringes

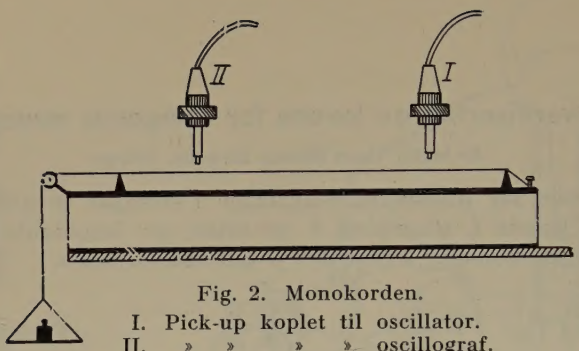


Fig. 2. Monokorden.
I. Pick-up koplet til oscillator.
II. » » » » oscillograf.

nær M vil den magnetiske flux gjennom magnetspole forandres. Utfører objektet svingninger induserer fluxvariasjonen en vekselspenning i spolen. Spenningsamplituden blir her proporsjonal med vibrasjonshastigheten. Følsomheten avhenger dessuten av avstanden objekt pick-up, permeabiliteten og objektets dimensjoner.

En vibrasjons pick-up kan tjene ikke bare som indikator, men også som svingningsgenerator. Koples den til uttaket på en tonegenerator vil en sinusformet strøm gå gjennom spolen og frambringe en periodisk fluxvariasjon. Det er derved mulig å sette strenger, staver, stemmegafler og membraner i resonanssvingninger idet den åpne magnetpolen bringes nær disse objekter. Pick-upen bør festes i svampgummi slik at dens resonansfrekvens, som er bestemt av massen og gummiens elastisitet, ligger under den laveste frekvensen som skal måles.

Til vår undersøkelse av svingende strenger bruker vi en monokord, helst med resonanskasse, hvor lengde, stramning og tykkelsen av strengen kan varieres (fig. 2).

Tonegeneratorens 0-punkt må justeres omhyggelig og strømmen settes på ca. 30 minutter før bruken for å få konstant frekvens. Strengens diameter måles med mikrometerskrue, helst på flere steder og utregning av middeltall. Den bør være av stål og ikke omspunnet. Avstanden pick-up streng reguleres inn til en passende verdi, 0,5—2 mm, alt etter stramning og tykkelse.

Kopler man ledningen fra pick-upen (I i fig. 2) til uttaket på tonegeneratoren og dreier på frekvensregulatoren, får man først for grunntonen en skarp og godt hørbar resonans. Strengen svinger med en buk på midten. Dreier man videre, inntreffer igjen resonans for første overtone, men med svakere lydstyrke. Strengen svinger med en knute på midten. På samme måte får man fram annen og tredje overtone,

men lydstyrken avtar nå raskt. Knuter og buker demonstreres lett med papirryttere.

En bedre demonstrasjon av knuter og buker kan utføres med en extra pick-up (II i fig. 2). Den skjermede ledningen fra denne koples, gjennom en 2 trinns forsterker, til oscillografens vertikalplater. Pick-upen holdes i hånden, føres bort til den svingende strengen til en avstand av 1–2 mm, og kippspenningen synkroniseres. Dersom magnetpolen befinner seg midt mellom to knuter får kurven på skjermen sin maksimalamplitude. Skyves polen mot en knute avtar amplituden og får en minimumsverdi rett ut for knuten. Kurvene er vanligvis ikke sinusformet da følsomheten er en ikke-lineær funksjon av avstanden fra det svingende objektet. Hvis avstanden er ca. 10 ganger større enn svingningsamplituden blir kurven tilnærmet sinusformet. For større avstander svekkes følsomheten betydelig.

For å verifisere den ovenfor nevnte Taylors formel variertes l, F og m (diam. d) etter tur, mens de to øvrige størrelser holdtes konstant; f_0 var frekvenstallet som ga resonans for grunntonen; l er angitt i m, F i kp og d i mm.

F og m konstant

l	f_0	$l \cdot f_0$
0,80	168	134,4
0,60	225	135
0,40	340	136
0,20	670	134

$f_0 = k_1 \cdot \frac{1}{l}$

l og m konstant

F	f_0	$f_0/\sqrt{F}$
1	125	125
4	250	125
9	374	124,7

$f_0 = k_2 \cdot \sqrt{F}$

F og l konstant

d	f_0	$f_0 \cdot d$
0,31	230	71,3
0,42	170	71,4
0,565	126	71,2

Da $m = k' \cdot d^2$

får vi: $f_0 = k_3 \cdot \frac{1}{\sqrt{m}}$

Loven blir etter dette:

$$f_0 = k \cdot \frac{1}{l} \sqrt{\frac{F}{m}}$$

Til slutt bestemtes konstantens tallverdi:

$$k = f_0 \cdot l \sqrt{\frac{m}{F}}$$

Der ble brukt en streng med diameter 0,0560 cm og stramning 4000 · 981 dyn. Sp. vekt 7,5. Tre målinger ga resultatet:

L	f	k	middelverdi
60	120	0,494	
40	185	0,508	$0{,}50 \pm 0{,}01$
20	370	0,507	

Relasjonen $f_k=(1+k)f_0$ bestemmes ved å lese av frekvensene for grunntonen og tilhørende overtoner ved en konstant stramning og strenglengde. Det er en forutsetning at tonegeneratoren er nøyaktig justert. Blandingen av grunntone og overtoner og deres innbyrdes styrkeforhold bestemmer klangfarven. En klanganalyse gjennomføres best med en mikrofon som koples induktivt til oscillografens vertikalplater gjennom 2 forsterkerrør. Som mikrofon egner seg godt en liten elektrodynamisk høyttaler.

Settes strengen i resonanssvingning med grunntonefrekvensen får man på skjermen se en sinuskurve, og overtonene manger helt. Økes frekvensen til det dobbelte inntreffer ny resonans, og på skjermen sees to sinuskurver med mindre amplitude. Tredje resonans gir en stillestående kurve med 3 svingninger opptegnet. Amplituden har avtatt betydelig. Fig. 3 viser oscillogrammene. Billedet er en trippeleksponering. Ved å fjerne pick-upen og klimpre midt på strengen ser vi resultantbølgen for grunntone og overtoner. Grunntonen er dominerende, og overtonene trer i bakgrunnen. Slår vi på strengen med en liten hammer, utenfor midtpunktet, får klangen en lysere karakter. Svingningsbilledet viser mer dominerende overtoner. En anstrøket fiolinstreng gir også en kurve med framtredende overtoner.

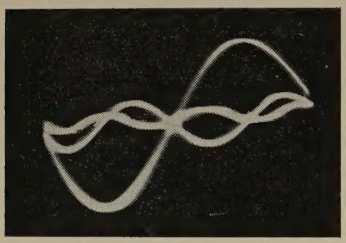


Fig. 3. Grunntone, 1. og 2. overtone for en svingende streng.

Disse kurvene lar seg, uten »moving film» kamera, vanskelig fotografere. De auditive og visuelle sanseinntrykk er allikevel meget instruktive og gir et interessant blikk inn i akustikkens lover.

Litteraturfortegnelse

1. Bergmann—Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik, Band I.
2. Philips Electromagnetic Vibration Pick-up. Instruction for Use.
3. Philips Measuring Apparatus: Audio frequency oscillator GM 2307 and RC Generator GM 2315.

Temperaturbestämning med termoelement

Av civilingeniör Hans Weibull, Statens Provningsanstalt, Stockholm

Vid Statens Provningsanstalts värmelaboratorium användas vid vissa undersökningar termoelement för rutinmässig temperaturbestämning. En redogörelse för förfaringssätt och metoder lämnas i det följande.

I fig. 1 är ABC ett termoelement med trådarna AB och AC sammanlödda vid A; B och C äro föreningspunkterna mellan skänklarna och ledningarna BD och CE, som förbinda elementet med ett mätinstrument F. Om lödstället A har annan temperatur än lödställena B och C uppträder i elementet en emk, som till sin storlek är bestämd av temperaturen i A (t) och i B—C (t_0) och av materialen i AB och AC. För att finna t har man alltså att bestämma t_0 och mäta den uppkomna emk.

Temperaturen hos lödställena B och C

hålles under mätningen lika och konstant. Vid mycket noggranna mätningar brukar man placera dem i smältande is, vid lägre krav på noggrannhet få de antaga rumstemperatur.

På värmelaboratoriet användes en anordning för att hålla temperaturen hos B och C konstant, som har fått benämningen t_0-låda. Denna består av en väl värmeisolerad aluminiumbult med en urborrning för lödställena B och C. Bultens diameter är 130 mm och dess höjd 130 mm.

Fig. 2 visar ett principschema över en t_0-låda. Där äro BH och CH koppartrådar med diametern 0,25 mm, BG och CG trådar av samma material som AB resp. AC. Övriga beteckningar överensstämma med beteckningarna i fig. 1.

En t_0-låda bygges i allmänhet för tolv termoelement. Urborrningarna förläggas då jämnt fördelade på en cirkel, vars medelpunkt ligger på bultens centrumlinje. Temperaturen i botten på urborrningarna kontrolleras med en kvicksilvertermometer, vars behållare befinner sig i cirkelns medelpunkt.

En färdig t_0-låda visas i fig. 3. De fyra skruvraderna äro anslutningspunkterna G och H. Skruvarna G täckas av ett värmeisolerande lock, vars funktion är att jämna ut eventuella temperaturdifferenser mellan de båda anslutningspunkterna till ett termoelement. Vid noggranna mätningar kunna dessa temperaturdifferenser ge upphov till störande termoemk. Som skyddshölje kring t_0-lådan användes en 5 liters mjölkhämtare, vars diameter är 175 mm och höjd 220 mm. Erfarenheten har visat att en t_0-låda av ovan beskrivna utförande har en så stor

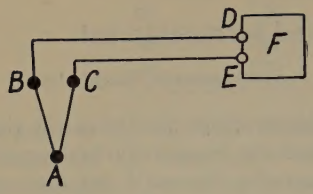


Fig. 1. Termoelement.

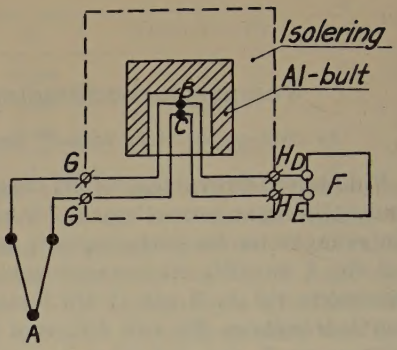


Fig. 2. Principschema över t_0-låda.

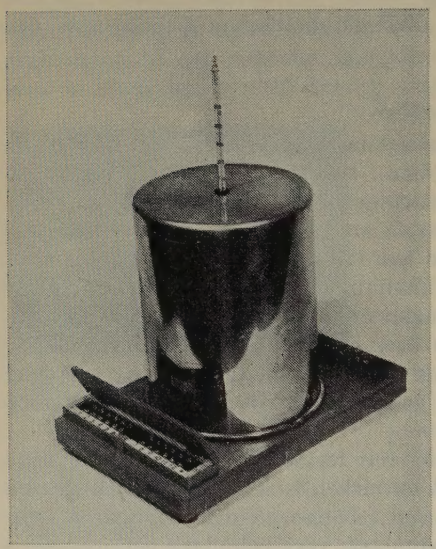


Fig. 3. Bild av t_0-låda.

värmekapacitet, att dess inre temperatur endast mycket långsamt påverkas av de ändringar som normalt förekomma i laboratoriets rumstemperatur. Under de år som dessa t_0-lådor varit i bruk ha deras inre temperaturförändringar varit mindre än 1° C per dygn, vanligtvis endast några tiondelar av en grad. Dessa ändringar äro så små, att de för det mesta icke störa mätningarna.

Vid de på värmelaboratoriet utförda temperaturmätningarna gäller det att antingen bestämma temperaturdifferenserna mellan olika punkter i en anordning eller också att bestämma den verkliga temperaturen i en viss punkt. I det förra fallet är man ej intresserad av t_0-lådans verkliga temperatur. Man fordrar endast, att denna skall vara konstant under den tid av några minuter, som behövs för att mätningen av sammanhörande värden skall kunna utföras. Under en så kort tid kan t_0-lådans inre temperatur anses vara konstant. I det senare fallet, då man söker den verkliga temperaturen hos lödstället A, räcker det för det mesta med att till den med termoelementet bestämda temperatur-

differensen addera t_0-lådans inre temperatur, som avläses på dess kvicksilvertermometer. Om så erfordras, kan man emellertid lätt öka noggrannheten genom att med ett av de tolv termoelementen mäta temperaturdifferensen mellan t_0-lådan och ett isbad.

Mätning av termoemk

Emk hos termoelementet kan man bestämma genom att med en känslig voltmeter mäta spänningen mellan B och C. Ur denna och yttre kretsens och voltmeterns resistanser beräknas emk. Metoden fordrar således att man vid varje mättillfälle känner dessa resistanser. Vid noggranna mätningar måste man särskilt vid instrument med lågt inre motstånd även taga hänsyn till sådana resistansändringar, som uppstå i tilledningarna på grund av temperaturändringar.

Ofta är mätinstrumentet graderat i temperaturgrader. De avlästa värdena äro riktiga endast under förutsättning att resistanserna ha de värden som användas vid omräkningen från emk till temperaturgrader.

Termoemk kan även mätas med kompensator. Fördelen med en sådan är ju att man direkt kan avläsa termoelementets emk och att man således blir oberoende av den yttre kretsens resistans.

Med den på värmelaboratoriet använda kompensatorn kan man mäta en emkändring på 2,5 μV. För ett koppar-konstantanelement motsvarar denna emkändring en temperaturändring på ca 0,06° C vid 20° C. Denna mätnoggrannhet kan även erhållas med en känslig voltmeter, om hänsyn tages till kretsens resistanser och eventuella resistansändringar.

Beräkning av temperaturdifferensen

Inom ett begränsat temperaturområde gäller, att termoemk för ett termoelement kan skrivas som en andragradsfunktion av temperaturen

$$E = a + bt + ct^2 \qquad (1)$$

där E=termoemk i mV, t=lödställets (A) temp. i ° C.

En kalibrering inom området −23° C till +97° C och med t_0-lådans temperatur $t_k = 22°$ C gav för Cu-konstanten resultatet: $a = -0{,}859$ mV, (konstantan negativ i förhållande till Cu), $b = +0{,}03807$ mV/grad och $c = +0{,}00004511$ mV/grad^2.

Den motsvarande kurvan återges i fig. 4. En ändring av t_0-lådans temperatur t_k innebär en parallellförflyttning av kurvan *utefter E-axeln*; för $t_k = 0$ blir $a = 0$ och kurvan går då genom origo.

Man har allmänt att $E = 0$ för $t = t_k$, varför enl. (1)

$$E = b\ (t - t_k) + c(t^2 - t_k^2) \qquad (2)$$

För det mesta har t_0-lådan vid mätningar en annan temperatur t_0 än den t_k som gällde vid kalibreringen.

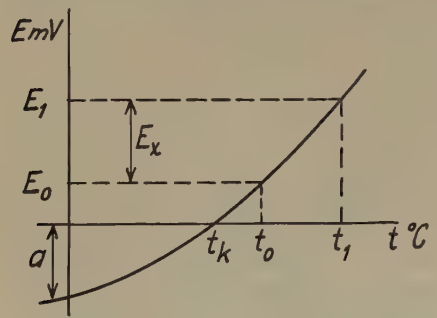


Fig. 4. Termoemk som funktion av temperaturen t hos lödstället A; t_k är t_0-lådans temperatur.

Vid en mätning bestämmer man termoemk E_x och t_0-lådans temperatur t_0 och söker temperaturen t_1 hos lödstället A (fig. 4).

Genom insättning i (2) av värdeparen t_0, E_0 och t_1, E_1, och eliminering, av t_k får man

$$E_x = b\,(t_1 - t_0) + c\,(t_1^2 - t_0^2)$$

och med $\theta = t_1 - t_0$

$$E_x = (b + 2ct_0)\theta + c\theta^2$$

Om andragradstermen $c\theta^2$, försummas, får man

$$\theta = E_x/(b+2ct_0) = E_x\,B \quad \text{och} \quad t_1 = t_0 + E_x\,B \qquad (3)\ (4)$$

Värdena på $B = 1/(b+2c\,t_0)$ beräknas och uppsättas i tabell för alla hela grader mellan $t_0 = -10°$ C och $t_0 = +89°$ C.

Det fel man begår vid användningen av den approximativa ekv. (4) är mindre än 1 % inom temperaturområdet −25° C till +97° C. Anledningen till att man stannat vid 1 % som felgräns vid approximeringen är att den beskrivna beräkningsmetoden, som på värmelaboratoriet användes vid bestämning av värmeledningstal för dåliga värmeledare, icke fordrar större noggrannhet.

Om man söker temperaturdifferensen mellan två eller flera punkter i en anordning utan att vara intresserad av punkternas verkliga temperaturer, bli beräkningarna ännu enklare.

För t. ex. två punkter får man $t_1 - t_2 = \theta_1 - \theta_2 = (E_{x1} - E_{x2})\,B$, dvs. den sökta temperaturdifferensen är bestämd av de två termoemk och en konstant som endast är beroende av t_0-lådans inre temperatur.

De ovan beskrivna mätnings- och beräkningsmetoderna äro resultatet av en ständigt fortgående strävan att förenkla de rutinmässiga temperaturmätningarna på värmelaboratoriet. De ha därför vuxit fram så småningom, allteftersom nya erfarenheter vunnits. I sin nuvarande form ha de varit i bruk under flera år bl. a. för mätning av temperaturfallen genom stapeln till en apparat för bestämning av värmeledningstalet för byggnadsmaterial, för mätning av in- och utgående temperaturerna i radiatorer, vilkas värmeavgivande egenskaper skall bestämmas, och för bestämning av temperaturerna vid mätning av längdutvidgningskoefficienten för diverse material, som t. ex. stål av olika typer, lättmetaller, keramiska material och uran.

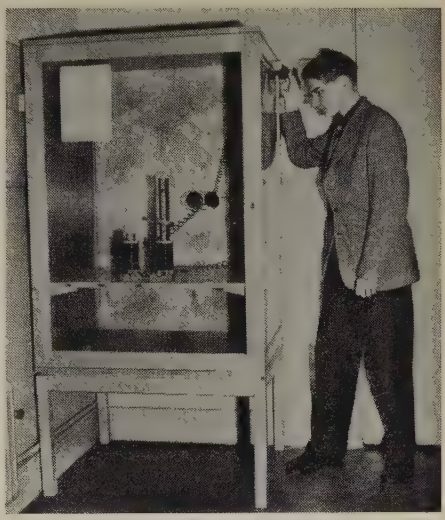
Försök med fysikaliska utställningar

Av läroverksadjunkt Einar Wetterwik, Stockholm

Bland lärjungarna vid våra läroverk finner man ett ganska stort intresse för fysik, särskilt påtagligt de korta stunder före och efter fysiklektioner, då tillfälle finnes att i förbifarten på närmare håll studera den materiel som användes.

För att tillvarataga detta intresse och samtidigt stödja lektionsundervisningen, vars experimentella moment lätt nog kunna missuppfattas eller försvinna ur minnet, har jag i fem års tid vid högre allmänna läroverket å Kungsholmen ordnat fysikaliska utställningar, som börja någon vecka efter uppropet och avlösa varandra med 1—3 veckors mellanrum till sista veckan före avslutningen.

För ändamålet har en monter ordnats utanför dörren till fysiska institutionen. Skåpets bakvägg är av trä, sidoväggarna och framsidan (den låsbara dörren) helt av glas (se bilden). Utstyrseln utgöres f. ö. av tre stadiga, flyttbara hyllor, väggkontakter för 220 V lik- och växelspänning med strömbrytarna innanför institutionsdörren samt två strömbrytare utanpå skåpet, den ena av ringledningsknappens typ, den andra tidsinställbar, båda avsedda för kretsar inom skåpet. Utifrån är det sålunda möjligt för åskådare att manövrera dessa kretsar inom montern, så att ackumulatorer, transformatorer och uppvärmnings- eller belysningsanordningar av olika slag bekvämt kunna tagas i bruk.



Thomsons ringförsök. Ringen synes svävande på järnkärnan.

Ur den enkla journal som förts anför jag några exempel på vad som varit föremål för utställningar inom fysiken och matematiken.

Statik och dynamik. Areometrar av skilda slag (flytande i resp. vätskor); lutande-plan-apparater (i jämviktslägen); kapillaritet (flytan-

de nål, rakblad, rör av olika diametrar med olika vätskor); gyroskop (leksaks- samt torpedgyro).

Värmelära och meteorologi. Värmestrålars reflexion vid konkavspegel; termograf; Elektrolux' kylaggregat i drift (lagen för kalla väggen); Daléns solventil, ändrad, så att man med en stark lampa (solljuset) kunde få ett relä att bryta strömmen till en liten glödlampa (fyren); radiosond (med alla delar, även separata, stora ballongen uppblåst över monterns tak, väderlekstjänstens övningskartor); radiometer (drevs med en lampa).

Magnetism. Kompassen (deklinationsnålar, cardansk upphängning, gruvkompass, inklinationsnål, hängande stuff); polvågen (i jämvikt, magnetiserad strumpsticka hängande utanför montern att sätta nålen i svängning med); kraftfältet kring en elektromagnet (småklippt järntråd placerad i olika våningar på glasskivor); magnetisk influens (»svävande» 4-tumsspikar i fältet från en stark radarmagnet).

Elektricitetslära. Jungnerackumulatorn och blyackumulatorn (allt visat i slaktat skick); glödlampsframställning (speciell demonstrationslåda); lysrör (olika slag, slaktade); Elihu Thomsons försök (The jumping ring); telefonen (några dissekerade och preparerade apparater med ritningar); hel- och halvvågslikriktning (med olika slags likriktare; kristall-, metall- och elektronrörs-); kilowattimmemätare (för lik- och för växelström).

Akustik. Interferens mellan vågrörelser (alstrade på en Hg-yta med stift, fästade på skänklarna av en stämgaffel, som exciterades elektriskt).

Optik och strålning. »Knappnålsoptik» (reflexion och brytning, iakttagbara med hjälp av färgade knappnålar och på underlagt papper gjorda konstruktioner); buktiga speglar (med huvudfallen åskådliggjorda genom glödlampors bilder på skärmar, även virtuellt föremål); linser (som föreg.); vinkelspeglar; kameran (olika slag, en slaktad, så att objektivets 4 linser voro skilda, visirskiva med bild, sökartyper etc.); prismakikaren (speciell apparat för att kunna följa strålgången vid bildvändningen); mikroskopet (skärva av grammofonskiva i 70 ggr förstoring); stereoskopiska tvåfärgsbilder (ritade och köpta, med tillhörande tvåfärgsglasögon); arméns avståndsmätare (dissekerad); spektroskopet (med anordning för Fraunhofers linjer via spegel, linjespektrum från Geisslerrör, lysrör och glimljuslampa, bandspektrum, absorptionsspektra av olika slag); Brauns rör (elektronstråles avböjning i en elektromagnets fält); gitterspektra; röntgenstrålar (jonrör och Coolidgerör, även slaktade och av olika typer, tandläkarrör, fotografier från fysiska institutionen samt ett 30-tal mellan dubbelfönstren i korridoren anbragta, särskilt markerade medicinska filmer

över hela människokroppen, normal och med diverse skador); interferensband på såplösningshinna (manövrerbar utifrån).

Diverse teknik. Gasmätare (dissekerad); dammsugare (uppskuren demonstrationsmodell att driva i långsam takt); C. E. Johanssons måttsatser (molekylarattraktionen demonstrerad med tyngd); utombordsmotorer (demonstrationsexemplar uppskurna och monterade på speciella stativ, stående inom fysikinstitutionen).

Matematik. Stereometriska modeller; Pythagoras' sats (sönderdelningsbevis, 3 st., åskådliggjorda med sågade och målade masonitskivor); kvadrerings- och konjugatreglerna (illustrerade geometriskt med målade masonitskivor); $(a+b)^3$ (trämodeller av kuberna och de andra termerna); räknestickor (olika slag, inställda för olika räkning etc.); Möbius band.

Uppräkningen säger måhända föga om vad varje utställning haft att bjuda på eller hur den gått till. Jag vill belysa arbetssättet genom att i detalj redogöra för två olika slag av utställningar: Kabelprover och Fluorescens i ultraviolett ljus.

Kabelprover

Denna representerar en »död» utställning, där åskådaren icke kunde göra något annat än att vid behov tända monternas belysning.

Här funnos provkartor från kabelfabrik, visande allehanda smärre kablar, vidare speciellt anskaffade jordkablar för telegraf och telefon, bl. a. sådana med upp till 900 ledningar inom samma hölje, koaxialkabel, radiolänk, trefas starkströmskabel, sjökablar, luftledningar, kraftledningarnas »linor», »feral»-linor, Harsprångslinan m. fl. Proverna voro givetvis uppslitsade, så att man kunde se isoleringen och de olika materialen. Tekniska data angåvos för många.

Fluorescens i ultraviolett ljus

var en utställning, där åskådaren själv fick tända U-viollampan. Monterns glassidor voro på insidan täckta av masonitskivor, som blott lämnade lagom möjlighet att titta in genom en öppning. En Lumas U-viollampa, avskärmad så att direkt belysning ej kom mot öppningen, stod omgiven av de vanliga, fluorescerande preparaten, mineralstycken, uranglas, fluoresceinlösning, s. k. självlysande färger, lysplaster, vidare en vit kartongskiva och en vit duk, på vilka skrivits med den specialvätska, som användes vid tvättinrättningar: »Detta är s. k. osynlig skrift» och »Så märker man tvätt på tvättinrättningar». Slutligen fanns även en kartongskiva, bestruken med zinkvitt och med blyvitt samt med natriumsalicylat (förträfflig fluorescens!), varjämte en från undervisningen på Tandläkarhögskolan härstammande

helprotes med full uppsättning av alla tänder kunde visa, hur olika naturliga och artificiella tänder av skilda material te sig i denna belysning. Behövliga upplysningar lämnades i övrigt genom särskilda anslag, påsatta etiketter eller skyltar.

Det är givet, att åtskilliga av dessa utställningar kostat mycken tid att planera och utföra. Idén har jag i regel tillhandahållit själv, medan en eller två »utställningskommissarier» (vilkas namn ibland anslagits i montern) efter nödiga anvisningar (och ibland även kompletterande studier, när vederbörande kanske ännu icke läst motsvarande parti av fysikkursen) fått arrangera och utprova utställningen. Åtskilligt användbart blev tillverkat, innan de enskilda arbetena blevo frivilliga. Det kommer också an på kommissarierna att skriva och texta behövliga förklaringar eller räkningar, rita skisser eller skaffa fram lämpligt tryck, böcker, kataloger, arbetsbeskrivningar osv., som kan passa att lägga fram i montern. Härvidlag har jag ofta måst ingripa, så att det hela blivit någorlunda pedagogiskt acceptabelt. En pigg, kunnig och fantasirik kommissarie tänker självfallet hellre på att utställningen skall bli rolig och attraktiv än på att den skall bli så tillrättalagd, att 3^5:orna kunna få ut något av den på samma gång som sista ringarna stimuleras och få en hälsosam repetition.

Jag har inte tvekat att ordna även utpräglat tekniska utställningar. Dels är ungdomen i hög grad tekniskt intresserad, dels erbjuda många tekniska ting så goda tillämpningar på skolfysiken, att de ur pedagogisk synpunkt väl försvarar sin plats i montern. — Likaså har jag då och då begagnat montern för att låta den matematiska åskådningsmaterielen komma till synes; enligt min mening användes denna väl sparsamt.

Under de fyra läsår, som jag sysslat med dessa utställningar, har det mycket sällan förekommit, att samma sak upprepats. Klart är emellertid, att vissa utställningar efter tre eller fyra år utan olägenhet kunna, ja, t. o. m. böra repeteras, om stödet för fysikundervisningen skall bli effektivt. I ett mindre läroverk, där blott en enkel reallinje finnes, skulle utställningarna med fördel kunna samordnas med kursen. I ett stort läroverk med många linjer är detta ogörligt. Viss materiel kan ej utställas utan att undervisningen blockeras.

Allt som allt tror jag mig om denna utställningsverksamhet våga säga, att även om dess resultat icke direkt kunnat avläsas under fysiklektionerna, så har den i varje fall givit de mera intresserade lärjungarna tillfälle att studera apparater och stundom också fysikaliska förlopp mera ingående än det i allmänhet blir möjligt under fysiklektionerna, vartill kommer, att utställningarna ofta ha utlöst diskussioner och sporrat till egna reflexioner eller läsning av annat än fysikläroboken.

lya läroböcker kemi

FÖR GYMNASIETS ALLMÄNNA LINJE

Ido Leden - John Lundberg

Lärobok i kemi

Avpassad efter kursplaner och metodiska anvisningar för gymnasiets allmänna linje

1. Kursen för A I[3], A I[4], A II[4]

Huvudsakligt innehåll:

De delar av den organiska kemien som är särskilt viktiga ur biologisk synvinkel.

Tillämpad organisk kemi.

Grundämnenas periodiska system.

Utkommer i slutet av september.

2. Kursen för sociala grenen av gymnasiets allmänna linje

Huvudsakligt innehåll:

Metaller och metallföreningar.

De radioaktiva omvandlingarna och atomernas byggnad, den kemiska bindningens natur.

Kärnreaktioner.

Utkommer under läsåret 1955/56.

SVENSKA BOKFÖRLAGET

KOLBOKCENTRALEN
David Bagares gata 20 · Stockholm
Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60

Utställning även Parkgatan 19, Göteborg

SVENSKA BOKFÖRLAGET · NORSTEDT · BONNIER

Utställning
Lärarexemplar
Rekvisitioner

Hamngatan 4, Malmö

NYHET!

EXPERIMENTSATS I ALLMÄN FYSIK

En ny länk i Norstedts succéserie av experimentsatser. I en enda låda har Ni all den materiel Ni behöver för att utföra kursplanens demonstrationer och laborationer. Detaljerna är konstruerade att tåla omild behandling, och försöken tar blott några sekunder att ställa i ordning. Dessutom kan Ni vara säker om att få experimenten åskådliga och instruktiva. Experimentsatsen är avsedd för folkskolan, realskolan och med vissa kompletteringar även för gymnasiet.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

SKOLAVDELNINGEN

Stockholm Göteborg Malmö

En diofantisk uppgift i grafisk belysning

Av fil. dr Josef Andersson, Vaxholm

En bilfirma har ett antal försäljningsställen $F_1, \ldots, F_r$, $r \geqq 3$. Lagret av obegagnade bilar av ett märke, som icke tillverkas vidare, utgör $x_1 < x_2 < \ldots < x_r$ st. i resp. affärer. Bilarna säljas först till samma grundpris g, sedan ökas detta pris med h. När lagren äro slutsålda, uppvisa $F_1, \ldots, F_r$ lika stora intäkter på märket ifråga. På vilka sätt är detta möjligt, då icke blott $x_1, \ldots$ utan även g, h och alla bokstäver i det följande beteckna hela tal, somliga enligt sin natur positiva, inga negativa?

Man kan antaga att g och h äro relativt prima, emedan $g' = pg$, $h' = ph$ leda till samma »sätt» som g, h. Äro nämligen $y_1, y_2, \ldots, y_r$ antalet bilar som sålts till det förhöjda priset i $F_1, F_2, \ldots, F_r$, fås det diofantiska systemet

$$gx_1 + hy_1 = gx_2 + hy_2 = \ldots = gx_r + hg_r \qquad \text{(S)}$$

som ej ändras vid genomgående multiplikation med p.

(S) tillåter en enkel grafisk tolkning, som ger en klar bild av de olika möjligheterna.

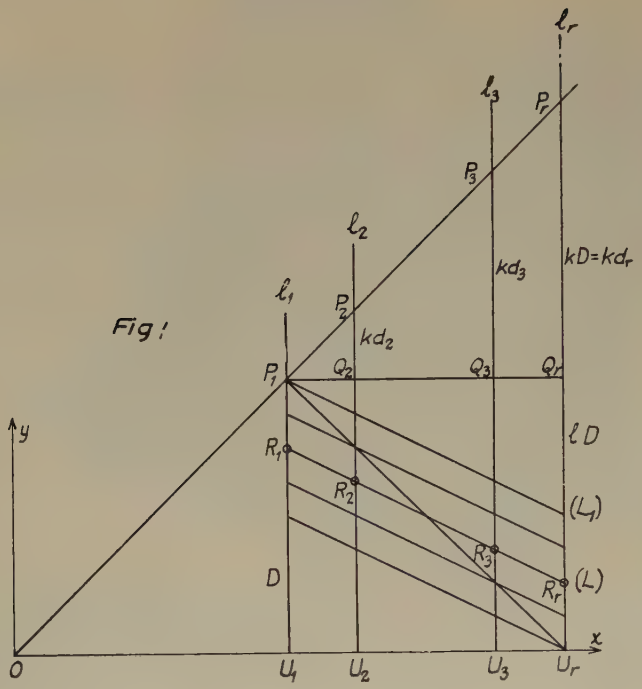
Det rör sig om »gitterpunkter» med icke-negativa heltalskoordinater i ett xy-system. Inför (fig. 1) linjerna l_r med ekv. $x = x_r$, som skära x-axeln i U_r, och utmärk på dessa punkterna $P_r(x_r; x_r)$, som ligga på linjen $y = x$. Innebörden av (S) är då, att samma räta linje $L: gx + hy = s$ med den negativa vinkelkoefficienten $-g:h$ skär $l_1, l_2, \ldots, l_r$ i gitterpunkterna $R_1(x_1; y_1)$, $R_2(x_2; y_2), \ldots, R_r(x_r; y_r)$ så, att

$$0 < y_1 \leqq x_1, \quad 0 < y_2 < x_1, \quad \ldots, \quad 0 < y_{r-1} < x_1, \quad 0 \leqq y_r < x_1.$$

Då representera $U_1P_1, \ldots, U_rP_r$ alltså antalet i $F_1, \ldots, F_r$ försålda bilar och $U_1R_1, \ldots, U_rR_r$ antalen av dessa, som sålts till det högre priset. Det i figuren införda talet k är största gemensamma divisorn till $x_2 - x_1, x_3 - x_1, \ldots, x_r - x_1$, som representeras av $Q_2P_2, \ldots, Q_rP_r$, när linjen $y = x_1$ skär l_1 i $P_1 \equiv Q_1$, l_2 i $Q_2, \ldots, l_r$ i Q_r. Talen $d_2 < d_3 < \ldots < d_r$ äro då enligt figuren i sin helhet relativa primtal och likheterna

$$Q_2P_2 : \ldots : Q_rP_r = d_2 : d_3 : \ldots : d_r$$

entydigt bestämda. Vi kunna nu formulera det nödvändiga och till-



räckliga villkoret för att linjen L, som förenar $R_1(x_1; y_1)$ med $R_r(x_r; y_r)$, skall representera en lösning till (S). *Det är*

$$y_1 - y_r = ld_r = lD$$

utöver de redan införda inskränkningarna $0 < y_1 \leqq x_1$, $0 \leqq y_r$. Parallellförflyttning av L ger L_1, och det räcker att se på fallet $R_1 \equiv P_1$. Om $R_rQ_r = ld_r$, bli $R_2Q_2 = ld_2$, ..., alla hela tal. Funnes en lösning utom dessa med $y_1 = x_1$, låt vara en representerad av P_1R_r' med $R_r'Q_r = ld_r + d_r'$, där $0 < d_r' < d_r$, skulle det finnas motsvarande positiva tal $d_2' < d_2$, $d_3' < d_3$, ... för vilka

$$Q_2P_2 : \ldots : Q_rP_r = d_2' : \ldots : d_r'$$

i strid mot förutsättningen om talföljden d_2, ..., d_r såsom ensam i sitt slag.

Allt beror därför på talen $x_1 = N > 2$ och $d_r = D > 1$. Man kan angiva antalet lösningar till (S) på två sätt. I bägge fallen införes lämpligen funktionen $[z]$, som betyder det största hela tal som ej överstiger z.

Första sättet. Vi tänka först på möjligheten $N > D$.

Värdet $y_1 = x_1 = N$ ingår i lösningar med $y_r = N-D,\ N-2D,\ \ldots,$

som till antalet äro $\left[\frac{N}{D}\right]$;

» $y_1 = N-1$ ingår i lösningar med $y_r = N-1-D,\ N-1-2D, \ldots,$

som till antalet äro $\left[\frac{N-1}{D}\right]$;

» $y_1 = D$ ingår i lösningar med $y_r = 0$,

som till antalet äro $\left[\frac{D}{D}\right] = 1$;

» $y_1 < D$ är omöjligt.

Alltså är antalet lösningar

$$\sigma(N, D) = \sum_{n=D}^{n=N} \left[\frac{n}{D}\right] = \sum_{n=0}^{n=N} \left[\frac{n}{D}\right]$$

För $D = N$ ger formeln svaret 1 och för $D > N$ fås 0.

Andra sättet. Om en »lösning» L med $y_1 < N$ parallellförflyttas uppåt tills den går genom P_1, förblir den lösning. Tvärtom: Lösningen $y_1 = N$, $y_r = N-D$ ingår i en klass på $(N+1-D)$ lösningar, där de övriga erhållas genom parallellförflyttning nedåt ett steg i sänder av den förstnämnda; $y_1 = N$, $y_r = N-2D$ konstituerar analogt en klass på $(N+1-2D)$ lösningar osv. (endast fallen $N \geqq D$ behöva diskuteras). Tydligen komma alla lösningar med och deras antal blir, om t betecknar $[N : D]$,

$$\sigma(N, D) = (N+1)t - (1+2+\ldots+t)D = t(N+1) - \tfrac{1}{2}Dt(t+1)$$

Exempel.

$D = 2$, N jämnt, så att $t = \frac{1}{2}N$, ger $\sigma(N, 2) = \frac{1}{2}N(N+1) - \frac{1}{2}N(\frac{1}{2}N+1) = \frac{1}{4}N^2$;

$D = 2$, N udda, » » $t = \frac{1}{2}(N-1)$, ger $\sigma(N, 2) = \frac{1}{2}(N^2-1) - \frac{1}{4}(N^2-1) = \frac{1}{4}(N^2-1)$;

$D = 3$, $N = 3M$ eller $3M+1$, $t = \frac{1}{3}N$ eller $\frac{1}{3}(N-1)$ leder till $\sigma(N, 3) = \frac{1}{6}n(N-1)$;

$D = 3$, $N = 3M+2$, $t = \frac{1}{3}(N-2)$ till $\sigma(N, 3) = \frac{1}{6}(N+1)(N-2)$.

Beträffande den ursprungliga uppgiften fås härav t. ex. för $r = 3$, $x_1 = N = 50$, $x_2 = 60$, $x_3 = 65$, då $\frac{1}{2}(60-50) = \frac{1}{3}(65-50)$, alltså $D = 3$, $k = 5$, antalet lösningar till $\frac{1}{6} \cdot 51 \cdot 48 = 408$. Förhållandet $h : g = (x_3 - x_1) : (y_1 - y_3) = 15 : (y_1 - y_3)$ varierar mellan $15 : 48 = 31{,}25$ % för $y_1 - y_3 = N-2$ och $15 : 3 = 500$ % för $y_1 - y_3 = D$.

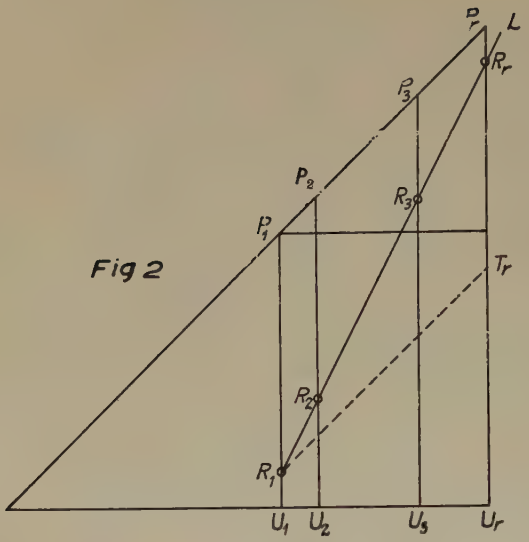


Fig 2

Man kunde också tänka sig en *prissänkning* h. Under det rimliga antagandet $h < g$ blir antalet lösningar fortfarande $\sigma(N, D)$, ty priserna g, $g+h$ i föregående fall ersättas här av $g-h$ och g, medan y_1 utbytes mot x_1-y_1, y_2 mot x_2-y_2 osv. I diagrammet (fig. 2) ha de lösningar representerande linjerna L i stället för $-g:h$ i fig. 1 vinkelkoefficienten $g:h>1$. I det följande förutsättes åter h betyda en prishöjning och fig. 1 ligga till grund, såvida ej uttryckligen hänvisas till fig. 2.

Närmaste anledningen till denna artikel är en uppsats av B. H. Bissinger — i Mathematics Magazine, *28* (1955), 177 — betitlad »The Egg Problem». Problemet, gammalt liksom flertalet dylika gåtor, lyder:

»Tre pojkar hade 10, 30 och 50 ägg respektive. De sålde var för sig (samtliga) sina ägg 'at the same rate' (tariff, taxa) och fingo så in samma belopp alla tre. Vilket?»

Det avsedda svaret på denna synnerligen oklara fråga är 50 cents. De unga affärsmännen hade nämligen kommit överens om att, *ifall och så långt lagret det tillät*, endast sälja i ett slags ny-tjog om 7 st. till ett pris av 5 cents för varje sådan kollektion, medan varje ägg, som icke kunnat säljas efter denna princip, skulle kosta 15 cents.

Den entydigt formulerade problemtyp, som vi här ovan behandlat och i vilken »äggproblemet» ingår, tillskrives professor Fehr vid Columbia University (härvidlag äro en bil och ett ägg ekvivalenta!). B. sysslar i nämnda uppsats med fallet $r=3$ och arbetar med heltals-

algebra. Funktionen $\sigma(N, D)$ förekommer ej. Vi kunna kalla ett problem (lösning) av denna typ ett F(ehr)-problem (lösning). Problem, där affären *så långt det går* sker kollektionsvis, betecknas som ett K(ollektions)-problem. Det är klart att varje K-problem är ett F-problem, men ingalunda tvärtom.

»Äggproblemet» ingår i F-problemet: $x_1=N=10$, $x_2=30$, $x_3=50$, $D=2$, $k=20$ med $\sigma(10,2)=25$ F-lösningar. Vilka av dessa äro även K-lösningar? B. räknar fram de 8 möjliga.

Allmänt karakteriseras antalet individer m i kollektionen av att m är divisor till $x_1-y_1 \geqq 0$, x_2-y_2, ..., x_r-y_r, men icke till $x_1=N$, och, om $D<N$, överstiger D, som är det minsta möjliga värdet på y_1. Den enda F-lösningen för $N=D$ ger K-lösningar endast då $x_r > N^2$.

I. Särskilt enkelt ligger saken till, om $m>N-D>0$, ty då måste $y_1=x_1$, $x_2-y_2=(k+l)d_2$, $x_3-y_3=(k+l)d_3$, ..., $x_r-y_r=(k+l)D$ (se fig. 1), $l=1, 2, \ldots, \left[\frac{N}{D}\right]$. Härav framgår att $m=k+l$ eller en egentlig faktor till detta tal, varvid m även $>D$, om $N-D<D$. Vid »äggproblemet» föreligga möjligheterna $k+l=21, 22, 23, 24, 25$ för $l=1, 2, \ldots, 5$ och 7 st. K-lösningar av ifrågavarande slag, nämligen $m=21; 11, 22; 23; 12, 24; 25$ för resp. $l=1; 2, 2; 3; 4, 4; 5$. Första pojken säljer endast ett ägg i sänder. Allmänt gäller för F-lösningar $g:h=l:k$, $g:(g+h)=l:(l+k)$ enligt fig. 1. Härav följer omedelbart att kollektionspriset : styckpriset $=ml:(l+k)$.

II. Härpå övergå vi till fallet $m \leqq N-D>0$. Enligt förutsättningarna vid K-problem gälla, då m_1 betyder den *positiva* resten vid divisionen $N:m$ och $r \geqq 3$,

$$2 \leqq D \leqq y_1=m_1<m \leqq N-D \quad \text{dvs.} \quad 4 \leqq 2D<N, \quad m \geqq 3.$$

Parallellförflyttas nu den till en K-lösning hörande linjen L antalet x_1-y_1 steg uppåt, övergår den, emedan x_1-y_1 är en multipel av m liksom x_2-y_2, ..., i L_1, en av de ovan undersökta linjerna genom P_1, som representera K-lösningar. Man får alltså på nytt genomgå de möjliga $k+l$ med avseende på hithörande faktorer. En sådan duger till m, om den motsvarande L_1 kan nedflyttas $N-m_1$ steg dvs. om

$$lD \leqq m_1 < m \qquad (V)$$

I så fall är $y_1=m_1$, $y_r=m_1-lD$; $g:h=l:k$ en K-lösning. »Äggproblemet» erbjuder härvidlag bl. a. möjligheten (se ovan) $l=1$, $lD=2$, $l+k=21$, $m=7$, $m_1=3=y_1$, $y_3=1$, som är en K-lösning, den enda »egentliga» i den meningen att alla försäljare tillämpa bägge priserna. Av $g:h=l:k=1:20$ följer $g:(g+h)=1:21$, $g=1$, $g+h=21$, vilka priser

just motsvara lydelsens 5 : 7 och 15 cents per styck. Även direkt enligt formeln i I. De övriga tänkbara $l-m$-paren leda nämligen icke till K-lösningar. Ty dels faller (V) $l=1$, $m=3$ på $m_1=1$, dels äro (V) för $l=2, 3, 4, 5$; $k+l=22, 23, 24, 25$ endast m-värden över 4, 6, 8, 10 resp. möjliga under det att m från början är förutsatt $\leqq 8$.

På samma sätt kan man diskutera ett F-problem, där $r=3$ eller 4, $N=25$, $D=3$, $k=26$, $\sigma(25,3)=\frac{1}{6}\cdot 25\cdot 24=100$, rörande dess K-lösningar. Man finner endast 2 sådana av typen $m<N-D=22$. Här är

$$l=1, 2, \ldots, \left[\frac{25}{3}\right]=8,\ k+l=27, 28, \ldots, 34 \text{ resp.}$$

För $l=1$, $lD=3$, $k+l=27$ fås den ena: $m=9$, $m_1=7=y_1$, $y_r=4$, som är »egentlig»; $m=3=lD$ utgår. För $l=2$, $lD=6$, $k+l=28$ kommer den andra: $m=14$, $m_1=11=y_1$, $y_r=5$, också »egentlig»; $m=7$ faller på $m_1=4$ enl. (V). Vidare ger $l=4$, $lD=12$, $k+l=30$ ingenting, ty för $m=15$, vore $m_1=10<12$. Slutligen gäller för $l=6, 7, 8$ att $lD>\frac{1}{2}(k+l)$, så att dugliga m-värden saknas.

Lätt inses att ett F-problem med prissänkningen $h<g$ aldrig innefattar något lösbart K-problem (fig. 2). Om R_1R_r representerade en K-lösning skulle m vara divisor till R_1P_1, R_2P_2, …, R_rP_r och därmed även till T_rP_r och T_rR_r, då man avsatt $T_rP_r=R_1P_1$. Men vinkelkoefficienten $g:h$ för R_1R_r överstiger v.koeff. 1 för P_1P_r och R_1T_r, så att T_rR_r vore en äkta del av U_rR_r och m följaktligen mindre än U_rR_r. Å andra sidan måste m vara större än U_rR_r, då alltjämt vidhålles att försäljningen skall ske kollektionsvis så länge som möjligt. Alltså leder antagandet till motsägelse.

Genomgående ha vi förutsatt $r\geqq 3$ vid F-problem och såsom en följd därav fordrat $D\geqq 2$. Detta sista villkor kan omedelbart skärpas till $D\geqq r-1$, emedan $1\leqq d_2<d_3<\ldots<d_r=D$. Endast om $x_1, x_2, \ldots, x_r$ bilda en aritmetisk serie, är $D=r-1$. Omvänt höra till ett givet $D\geqq 2$ alltid åtminstone de F-problem (F*) i vilka $x_1, x_2, \ldots, x_{D+1}$ bilda en aritmetisk serie med differensen k och $r=D+1$. För $r>3$ kunna $1, 2, \ldots, r-3$ av de inre termerna utelämnas, såvida därigenom ingen minskning av D föranledes. Utesluten är sådan minskning t. ex. om D är ett primtal, men även ifall x_2 lämnas kvar. Varje F-problem med $3\leqq r<D+1$ kan tydligen kompletteras, så att det får F*-typ.

Några astronomiska arbetsuppgifter i skolan

Av läroverksadjunkt H. Stenmark, Bromma

Under åtskilliga år har jag vid undervisningen i astronomi låtit eleverna göra iakttagelser över solens dagliga rörelse och sedan använt resultaten som underlag för en eller två laborationsövningar. Det är ju numera, då de flesta eleverna stannar i skolan under frukostrasten, lättare än förr att få iakttagelser utförda vid tiden för solens meridianpassage.

Observationerna utföres med tillhjälp av en gnomonapparat av enklaste slag. Den består av ett ark styvt, olinjerat papper eller kartong, fästat på en stadig masonit- eller träskiva med plan yta. Det räcker med dimensionerna 20 cm ggr 25 cm, vilket har den fördelen, att hela papperet, som precis täcker skivan, kan kopieras på ett papper av A4-format. På papperet markeras en punkt O som gnomonståndarens fotpunkt. Ståndaren kan tillverkas av ett stycke kartong i form av en likbent triangel (se fig. 1). Om man klipper upp den efter linjen OF, får man efter lämpliga ritsningar (på den konvexa sidan) och vikningar en 50 mm hög ståndare, som med häftstift kan fästas på skivan.

På soliga dagar under höstterminen får eleverna, efter det att de på terminens första fysiklektion fått instruktioner, ställa gnomonapparaten på det vågräta fönsterbrädet — helst i klassrummet — med skivans ena sida utefter fönsterkarmen och på kartongarket märka ut spetsen av ståndarens skugga samt bredvid märket skriva datum och klockslag. Detta bör ske omkring kl. 8 och varje rast, dock under frukostrasten minst tre gånger. Man bör söka att få en hel sådan observationsdag i början av september, en vid höstdagjämningen och en i mitten eller slutet av oktober. Om iakttagelser inte kan göras hela dagen, får man använda märken, som gjorts närliggande dagar.

Laborationsuppgifter

1. Bestämning av meridianen. Varje elevgrupp erhåller en hektograferad kopia av gnomonbestämningarna. Vid hektograferingen har läraren naturligtvis möjlighet att sovra materialet och ta med märkena endast för några få dagar. På kopian får nu eleverna sammanbinda de för samma dag markerade punkterna med en kurva (fig. 2). Fotpunkten O för ståndaren tages sedan till medelpunkt för en cirkel, som skär en av de uppritade kurvorna i två punkter P_1 och P_2.

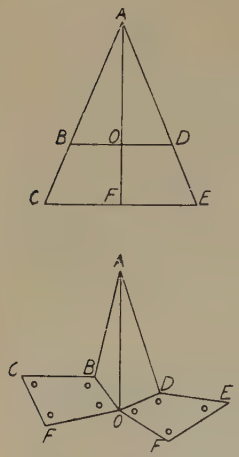


Fig. 1. En enkel gnomon.

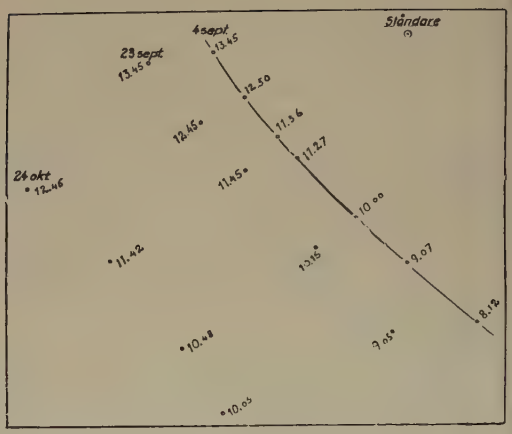


Fig. 2. Ståndarspetsens skugga vid angivna tider den 4 och 23 sept. och 24 okt.

Bisektrisen till vinkeln P_1OP_2 ger ett ungefärligt läge av meridianen OP_0. Om man på originalpapperet vid hektograferingen genom O ritar en referenslinje, har man möjlighet att jämföra de olika gruppernas resultat. Som referenslinje kan man naturligtvis också använda en av kartongskivans sidor, om dess konturer fått komma med vid hektograferingen. Då kan man också lätt ange meridianens vinkel med fönsterkarmen i klassrummet.

2. Tiden för solens meridianpassage. Denna beräknar man enklast genom att jämföra läget av punkten P_0 på kurvorna (P_0', P_0'', P_0''') med de närmast belägna observationspunkterna på varje kurva. För att man genom enkel interpolation skall kunna erhålla en användbar tidsbestämning för punkten P_0, får tidsintervallet för de punkter, mellan vilka P_0 ligger, inte vara stort (därför tre iakttagelser under frukostrasten).

3. Solhöjden vid sann middag. Man mäter skuggans längd OP_0 vid sann middag och ståndarens höjd AO (50 mm) och ritar en rätvinklig triangel med dessa sträckor som kateter, varefter solens höjdvinkel, AP_0O uppmätes med gradskiva för de olika fallen och resultaten införes i en tabell.

4. Bestämning av latitud och longitud. Latituden, som ju är komplementvinkel till solens största höjdvinkel vid höstdagjämningen, fås omedelbart ur tabellen i mom. 3. För beräkningen av

longituden jämför med övningsuppgift 10 i Beckman-Jenvalls Astronomi.

5. Bestämning av ekliptikans lutning. Mot slutet av oktober blir skuggan av ståndaren så lång, att spetsen faller utanför skivan (med de angivna dimensionerna), varför dessa iakttagelser då måste upphöra, för så vitt man inte vill göra en ny apparat med mindre höjd på ståndaren. Lyckas man emellertid att erhålla en bestämning av solhöjden omkring kl 12 någon av höstterminens sista dagar, har man möjlighet att bestämma ekliptikans lutning mot ekvatorn. Så erhölls i Bromma strax före kl 12 den 19 december 1954 skuggan av en 212 mm hög mätsticka till 1610 mm, varav erhölls solhöjden 7,5° och den sökta vinkeln=(90°−59,4°−7,5°)=23,1°.

6. Påvisande av att den vinkel, som solstrålarna genom gnomonståndarens spets vridit sig mellan två observationer, motsvarar 15° per timme.

Härvid användes ett par bestämningar från tiden omkring höstdagjämningen (solstrålarna vrider sig då i ett plan genom gnomons spets och den rätlinjiga skuggkurvan; närmare utredning kan här ej medtagas). Enligt fig. 3, där *OA* anger gnomonståndaren och *C* och *D* två observationspunkter, har man att bestämma vinkeln *CAD*. Ur de båda trianglarna *ACO* och *ADO* bestämmer man grafiskt *AC* och *AD*. Med *CD*, *AC* och *AD* som sidor ritas sedan en triangel och med gradskiva mätes vinkeln *CAD*. Denna divideras med tidsintervallet mellan observationerna, uttryckt i timmar.

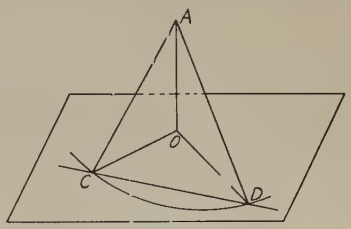


Fig. 3. Bestämning av solens vridningsvinkel per timme.

7. Grafisk framställning av sann middags variation med tiden. Redan i slutet av september kan på en lektionstimme en elev rita ut meridianen på gnomonskivan (eller skivorna; jag använder alltid två, en för pojkarna och en för flickorna) och i fortsättningen antecknar eleverna datum och klockslag, då solskuggan passerar meridianen. Iakttagelserna, som först samlas i en tabell, kan sedan lämpligen användas för uppritande av ett diagram.

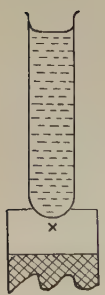
Kemisk reaktionshastighet II

Av lektor G. Starck, Stockholm

Försök med tiosulfat

I ett meddelande i denna tidskrift — *36* (1953) 253 — om »Kemisk reaktionshastighet, lektions- och laborationsförsök», har jag uttalat, att sönderfallet i sur lösning av tiosulfat under bildning av fritt svavel inte lämpar sig för laborationsförsök enligt metoden för tidsreaktioner. Det gäller nämligen här, om man följer anvisningar i litteraturen, att bestämma den tid som åtgår för att en kraftig svart text på vitt papper skall just bli osynlig, betraktad genom ett skikt av svavelemulsionen. I själva verket är reaktionen, om den utföres enligt ett modifierat förfarande, utmärkt väl lämpad som lärjungeförsök och har med gott resultat prövats som sådant. Försöket är ett vackert exempel på koncentrationens inverkan på den kemiska reaktionshastigheten. Modifikationen består däri att man betraktar genom reaktionsblandningen inte en svart skrift på vitt papper utan en kraftig, men något så när punktformig ljuskälla.

Som ljuskälla användes en vanlig ficklampa med linsen borttagen och ersatt av en bländare av metallbleck med ca 5 mm öppningsradie. Lampan ställes på ett bord och ett provrör placeras som figuren visar med bottnen stödd mot bländarkanten. Fylles provröret med en vätska, ser man, när man ovanifrån betraktar lampan genom vätskan, en bild som består av en central cirkelformad ljusfläck, som utgör bilden av glödlampan, och utanför denna en starkt lysande ring, som härör från den belysta bländarkanten. Dessutom ser man utanför denna ring två eller flera ljussvaga ringar uppkomna genom reflexion mot provrörets väggar.



Vid försöken användes två provrör, det nyssnämnda som är ett vanligt provrör, 17 mm × 150 mm, och ett halvmikroprovrör 10 mm × 75 mm. Båda provrören är försedda med ett gradstreck, som kan vara inetsat eller bestå av en tunn sytråd, knuten och ytterligare fästad med zaponlack. Volymerna är likgiltiga, men om man önskar jämföra laborationsgruppernas värden, bör de vara lika, t. ex. i det större provröret 20 ml, i det mindre 2 ml. Ett tidtagarur är värdefullt men måste väl i allmänhet ersättas av elevernas egna klockor med tydliga sekundtavlor.

Lösningar: natriumtiosulfat 0,10, 0,075, 0,050 och 0,025 M.
saltsyra 1,0 och 0,50 M.

Det stora provröret fylles till märket med tiosulfatlösning, det mindre till märket med saltsyra. Vid tiden noll sättes saltsyran hastigt och så fullständigt som möjligt till tiosulfatlösningen, innehållet omblandas väl, och provröret placeras på i figuren angivet sätt.

Man observerar den centrala ljusfläcken. I den mån svavel bildas blir denna svagare för att till sist försvinna. Tidpunkten härför antecknas. Det har visat sig lätt att ganska noggrant ange, när »lampan slocknar».

Försöket uprepas med andra tiosulfatlösningar och eventuellt med den svagare saltsyran. Jag anför här resultat, erhållna vid en laborationsövning med fem grupper (den femte använde tidtagarur). Provrörens volymer var olika och obekanta; gruppernas siffror kan därför inte jämföras, endast resultaten inom varje grupp. (t=tid i sekunder).

$Na_2S_2O_3$	1		2		3		4		5	
c	*t*	*ct*	*t*	*ct*	*t*	*ct*	*t*	*ct*	*t*	*ct*
0,10 M	39	3,9	43	4,3	52	5,2	48	4,8	53	5,3
0,075 »	59	4,4	62	4,0	70	5,3	72	5,4	68	5,1
0,050 »	84	4,2	79	4,0	103	5,2	98	4,9	109	5,2
0,025 »	177	4,4	176	4,4	216	5,4	210	5,2	208	5,2

Vid tillsatsen av 2 ml saltsyra minskas tiosulfatlösningarnas koncentrationer men alla i samma proportion, varför det för vårt ändamål är berättigat att räkna med oförändrade koncentrationer. Försöken visar tydligt koncentrationens inverkan på reaktionshastigheten.

Försöken kan som nämnts upprepas med en svagare syra; reaktionshastigheten blir då mindre. Inom vissa ej närmare undersökta gränser visar sig reaktionshastigheten vara proportionell mot kvadratroten ur syrans koncentration.

»Formaldehydklockan»

är namnet på en kemisk tidsreaktion mellan formaldehyd, vätesulfitjoner och sulfitjoner, som är kinetiskt undersökt och klarlagd av C. Wagner (Ber. d. deutsch. chem. Ges. *62*, 2873 (1929)) och nyligen behandlad och rekommenderad av Richard L. Barrett (Journ. of Chem. Educ. Febr. 1955, sid. 78). Reaktionsförloppen kan anges på följande, från Wagners formel något avvikande sätt:

$$CH_2O + HSO_3^- \rightarrow CH_2OHSO_3^- \quad (1)$$

$$H^+ + SO_3^{2-} \rightarrow HSO_3^- \quad (2)$$

Reaktion (2) sker momentant, reaktion (1) med en mätbar hastighet. Vid ett överskott av formaldehyd är vid avslutad reaktion, dvs. då alla vätesulfitjoner bundits vid formaldehyd, vätejonkoncentrationen så låg att den motsvarar pH-värden > 9; lösningen blir plötsligt alkalisk och färgar en på förhand tillsatt alkalisk indikator, fenolftalein, tymolblått, Yamadas indikator. Den plötsliga övergången från färglös eller svagt röd- eller gulfärgad sur lösning till starkt färgad alkalisk lösning gör denna reaktion utomordentligt effektfull, sannolikt till den grannaste av alla tidsreaktioner. Vackrast är försöket med fenolftalein, men även de övriga indikatorerna (även bromtymolblått kan användas) ger en mycket god effekt.

Utförande. Lösningar a) 0,3 M formaldehyd genom utspädning av handelns 40 procentiga lösning, b) en sulfitlösning, som är 0,20 M i avseende på $NaHSO_3$ (eller därmed likvärt 0,1 M i avseende på $K_2S_2O_5$) och 0,05 M i avseende på Na_2SO_3, c) indikatorlösning av gängse koncentration.

Laborationsförsök. Två på sätt som ovan angivits graderade provrör fylles till märket, det ena med sulfitlösning+2 droppar indikatorlösning, det andra med formaldehyd. Vid tiden 0 hälles båda lösningarna samtidigt och fullständigt i en 100 ml erlenmeyerkolv. Man blandar genom omskakning och bestämmer tidpunkten för indikatorns färgomslag. Det är viktigt att lösningen homogeniseras för att färgen skall uppträda i hela vätskan på en gång och inte fläckvis och successivt. Försöket upprepas men nu beskickas kolven först med bekanta, växande mängder vatten, dvs. med en reaktionsblandning av avtagande koncentration. Om i ett diagram tiden avsättes mot totalvolymen, erhålles mycket vackert en rät linje. Följande två försök må anföras, det ena (I) ett laborationsförsök, det andra (II) ett lektionsförsök.

	Sulfit	Formaldehyd	Vatten	Volym, v	Tid, t	$\frac{t}{v}$
	ml	ml	ml	ml	sek.	
I.	5	5	—	10	21,2	2,12
	5	5	5	15	31,7	2,11
	5	5	10	20	41,9	2,10
	5	5	20	30	60,0	2,00
	5	5	30	40	76,2	1,91
	5	5	50	60	98,0	1,63

	Sulfit	Formaldehyd	Vatten	Volym, v	Tid, t	$\frac{t}{v}$
	ml	ml	ml	ml	sek.	
II.	50	50	—	100	20,5	0,205
	50	50	50	150	32,1	0,214
	50	50	100	200	40,0	0,200
	50	50	150	250	47,0	0,190
	50	50	200	300	58,9	0,196

För övrigt är endast att anteckna, att de nämnda indikatorerna ger samma tidsvärden. Tymolftalein ger en ganska ljus, inte särdeles stark färg; effektfullast är fenolftalein och Yamadas indikator. Slutligen kan man också lätt visa temperaturens inverkan på reaktionshastigheten.

Gasmätrör i kemiundervisningen

Av läroverksadjunkt Arne Elfving, Stockholm och lektor Bertil Englund, Uppsala

Vid årsmötet i Föreningen för matem.naturvetenskaplig undervisning i januari 1953 visade D:r Max Schmidt flera experiment med sin s. k. Kolbenprober (se Elementa *36* (1953) 40 och Arendt-Doermer, Technik der Experimentalchemie s. 55). Apparaten är konstruerad ungefär som en cykelpump. Den består av två glascylindrar; den yttre är graderad och i den slutna ändan försedd med ett litet ansatsrör, den inre (»kolven») är så väl inslipad i den yttre, att den glider med ytterst liten friktion men praktiskt taget gastätt. Denna apparat, som vi i fortsättningen kalla *gasmätrör*, är ett pålitligt, bekvämt hjälpmedel vid försök, där gasvolymer skola mätas. Den ersätter gasbyrett, gasmätklocka, aspirometer och liknande anordningar med rinnande vatten och kranar (se t. ex. Smith, Oorganiska undervisningsexperiment, s. 57—61, 72—75). Man lär sig lätt att arbeta med den, men för elevlaborationer är den enligt vår mening för dyr och ömtålig.

Några enkla anordningar — varianter av kända experiment — beskrivas här. Vi ha prövat ut dem och använt dem med gott resultat i flera olika klasser.

1. Bestämning av ekvivalentvikt för en metall

En vanlig sugflaska (fig. 1) förses med en tätt slutande gummipropp. I denna sättes en liten glasstav, som är böjd till en liten krok så, att en metalltråd (metallband) kan hänga på den, men lätt tippas ner i flaskan, då man lutar på denna. I flaskan har man utspädd syra.

Gasmätröret placeras som alltid vid dessa försök i horisontellt läge och förbindes med flaskan med en 15—20 cm lång gummislang. Märket på den inre cylindern ställes på delstreck 0, proppen sättes i, och metallen får falla ner i syran. Avläsning av den utvecklade gasvolymen

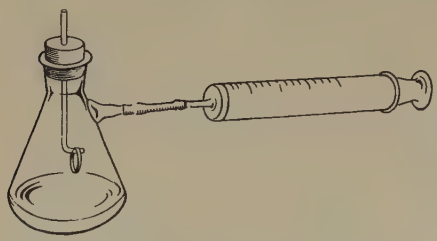


Fig. 1. Bestämning av magnesiums ekvivalentvikt. — Mätkolven fastsatt i särskilt stativ.

kan ske redan efter ett par minuter. Om cylindrarna tillfälligt glida trögt, kan man knacka lätt med handen på apparaten.

Lämplig mängd: 5—8 cm magnesiumband (känd vikt per meter).

2. Bestämning av syrets molvolym

Ett tunnväggigt provrör förses med gummipropp med glasrör och förenas med gasmätröret. I provröret har man en liten noga vägd mängd kaliumklorat, blandat med något pulveriserad, glödgad brunsten. Provröret värmes försiktigt. Gasutvecklingen är slut efter några minuter, och den slutliga avläsningen kan göras, så snart röret svalnat.

Lämplig mängd: 0,25—0,30 g klorat.

3. Bestämning av molekylvikt för flyktiga vätskor

Gasmätröret förenas medelst en ca 40 cm lång gummislang och en gummipropp med en tjockväggig enlitersflaska. I denna har man ett några cm tjockt lager glaspärlor. Med en mikropipett för man raskt in vätskan (aceton, kloroform, eter och bensol ha vi använt), sluter genast flaskan med gummiproppen och skakar om, så att vätskan fördelas på glaspärlorna och förgasas.

Lämplig mängd: 0,20—0,40 ml vätska.

4. Luftens syrehalt

Ett 20—25 cm långt rör (fig. 2) av svårsmält glas med ca 2 cm diameter inkopplas mellan två 100-ml gasmätrör, bäst med hjälp av trevägskranar. En 10—12 cm lång rulle av blankt koppartrådnät skjutes in i mitten av röret. I det ena mätröret suger man in t. ex. 75 ml luft genom en av trevägskranarna och prövar, om apparaturen är tät genom att skjuta in kolven — precis 75 ml luft skall då gå över till det andra mätröret. Kopparen värmes med en fiskstjärtbrännare, som sedan får stå kvar under hela försöket utan att ändras.

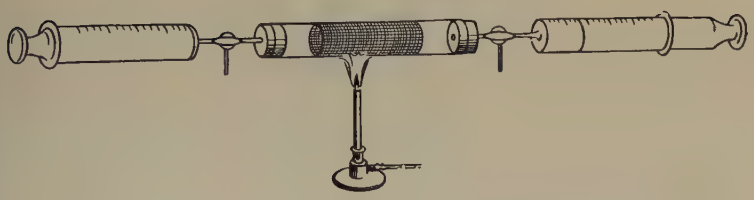


Fig. 2. Bestämning av luftens syrehalt. — Mätcylindrarna och glasröret med koppartrådnätet äro fastsatta i stativ.

När ingen luft mer tränger ut ur den trevägskran, som står öppen under denna del av uppvärmningen, stänges denna, så att de två mätrören och röret mellan dem bilda ett slutet system. Man skjuter nu in kolven i det mätrör, som innehåller luft, så att denna sakta passerar den svagt glödande kopparen. Av 75 ml luft återstår 60 ml gas, som samlas i det andra mätröret och kan visas vara kväve.

Detta försök fordrar förberedelse och övning men ger bra resultat och intresserar eleverna mycket. Åtskilliga experimentella detaljer diskuteras av Smith s. 120 och Arendt-Doermer s. 101—102.

Mätrör av olika storlek saluföras jämte tillbehör av Norstedts skolavdelning.

Notiser

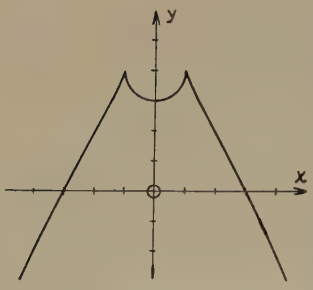
En diskutabel motivering för maximum och minimum

I Skolöverstyrelsens skrivelse av den 15. 1. 55 angående eftergranskningen av de skriftliga examensproven i matematik i studentexamen V. T. 1954 diskuteras i anslutning till uppgift 4 för specialkursen olika metoder att konstatera om maximum eller minimum föreligger. Som en metod anföres i skrivelsen följande:

»Förf. påpekar, att den funktion y, som skall undersökas, är=0 för ett visst x-värde, likaså för ett annat x-värde, och att den är positiv till sin karaktär mellan dessa punkter och *kontinuerlig*. Då måste ett maximum (minst!) existera mellan dessa punkter, och om y' blott är=0 i en enda punkt, så måste ett maximum finnas där. Bevisgången är oklanderlig men kräver en viss utförlighet i texten.»

Det anförda argumentet är emellertid ej bindande. För att belysa detta för eleverna, kan man låta dem undersöka funktionen

$$y=4-\sqrt[3]{(x-1)^2(x+1)^2}$$



Denna kontinuerliga funktion är positiv mellan nollställena $x = \pm 3$ och derivatan är $=0$ endast för $x=0$. I strid med den ovan citerade slutsatsen har funktionen ett minimum för $x=0$, under det att spetsmaxima uppträder vid derivatans oändlighetsställen, $x = \pm 1$. (Se figuren).

De i skrivelsen uppställda villkoren för förekomsten av maximum är tydligen inte tillräckliga, utan måste kompletteras, t. ex. med villkoret att derivatan är kontinuerlig i det betraktade intervallet.

Stig Hjalmars

Metallernas spänningskedja

introduceras väl vid laborationsförsök vanligen så, att man doppar ned metallbleck i lösningar av ädlare metallers joner och iakttar utfällning resp. elektronbyte. En anknytning till tabellen över normalpotentialer vinner man, om man kompletterar en sådan undersökning genom att sammansätta galvaniska element av några i spänningskedjan ingående metaller och bestämma deras elektromotoriska krafter.

Skolornas kemiska institutioner ha väl i allmänhet inte så många voltmetrar att varje laborationsgrupp kan få ett eget instrument, men om det finns ett samarbete med den fysiska institutionen, är den saken lätt avhjälpt genom lån. För övrigt kan man i nödfall reda sig med ett enda eller ett par instrument, vartill laborationsgrupperna i tur och ordning få ansluta sina element för en avläsning, som endast kräver ett par sekunder. Voltmetern bör tillåta mätning upptill 1,5 volt.

Till kärl för elementen har jag använt halvmikroprovrör, 12 mm× ×70 mm, försedda med en mellanvägg av plexiglas. Denna vägg, av 1 mm plexiglas, göres så bred, att den går ned trögt i provröret och sitter fast utan särskilda hjälpmedel. Den bör inte gå ned ända till botten utan sluta cirka 15 mm däröver. För vissa ändamål kan man välja provrör av större vidd, men för laborationsförsök fylla de små rören alla anspråk.

På ömse sidor om mellanväggen nedsättas de metaller, som skola undersökas. Som elektrolyt har jag valt 2M NH_4Cl, svagt surgjord med svavelsyra (10 ml 2M H_2SO_4 per liter). Man kan exempelvis låta den ena polen vara ett kopparbleck och successivt byta ut de andra polerna. Men ordningen härvidlag kan varje lärare själv bestämma. Dock bör även kol prövas i avseende på sin plats i kedjan.

Element med koppar, silver eller kol polariseras olika fort, hastigt

om de kortslutas. Polarisationen upphäves som vanligt med ett oxidationsmedel.

Elementet är enkelt, kräver mycket litet elektrolyt och elektroderna ha ett fixerat läge.

Även koncentrationselement kan sammansättas i dessa provrör. Då fylles det gemensamma rummet nedanför mellanväggen med bomull för att förhindra eller förminska diffusion. I ett sådant element, sammansatt enligt

$$Cu / 0{,}5\,M\ CuSO_4 / 0{,}5\,M\ CuSO_4 / Cu$$

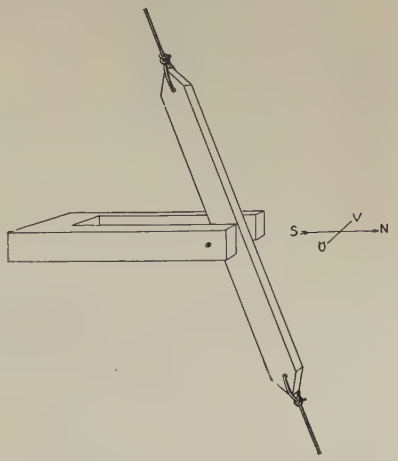
erhölls efter tillsats till den ena lösningen först av ammoniak, sedan av natriumcyanid ett växande utslag på voltmetern, till sist uppgående till $^1/_2$ volt. *G. Starck*

Modell till inklinationsnål

Som bekant är det svårt att få en inklinationsnål av den vanliga billiga typen att fungera tillfredsställande. Felet i vridningsaxelns orientering relativt tyngdpunkten inverkar starkt på jämviktsläget, eftersom det magnetiska vridningsmomentet är så svagt. Även friktionen är mycket besvärande.

För att tydligt demonstrera, hur nålen *bör* förhålla sig vid vridningsaxelns olika orienteringar i fältet kan den här beskrivna modellen göra god nytta.

»Magnetnålen» representeras av en plywoodstav, 250×20×8 mm rörlig kring en axel av 3 mm ståltråd, fäst i en gaffel av trä. »Jordmagnetiska fältet» åskådliggöres av två gummisnoddar (finns att köpa i sybehörsaffär i 3-metersbunt à 25 öre), vars ändar fästas dels i »nålens» ändar, dels i en krok i taket och i en stativklämma på golvet, så att snodden, när »nålen» hålles ungefär mitt emellan fästpunkterna i golv och tak, blir spänd i magnetiska fältets riktning, i ca 70° vinkel mot horisontalplanet.



Figuren visar det fall, att nålens vridningsaxel är horisontell och vinkelrät mot magnetiska meridianplanet (O—V) varvid nålen ställer in sig i fältriktningen. Hålles axeln i stället horisontell i riktningen N—S, ställer sig nålen

vertikal. Hålles axeln slutligen vertikal, fungerar nålen som vanlig kompass (deklinationsnål) och ställer in sig i N—S-riktningen.

Genom att spänna snodden vertikalt mellan golv och tak eller horisontellt mellan två väggar kunna också förhållandena vid magnetiska polen och ekvatorn demonstreras. *Gunnar Kellström*

En badboll som gasometer

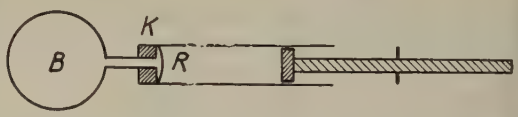
Badbollar med 2—4 dm diameter kunna bekvämt användas för förvaring och transport av t. ex. koldioxid, syrgas och vätgas. Man kan någon dag före lektionen fylla bollen med gas från en enkel gasapparat eller en gastub. Bollen kan användas vid de flesta försök, som erfordra gas av ungefär 1 at tryck.

Vätgas eller koldioxid framställes t. ex. i en 0,5 l mjölkflaska med 150 ml konc. saltsyra och 150 ml vatten. Lägger man ner 8 cm² 0,5 mm zinkplåt, bildas 1 l vätgas; 4 g marmor ger 1 l koldioxid. Gaserna tvättas på vanligt sätt i en tvättflaska. Varning: Se till att luften drives ut fullständigt, då bollen fylles med vätgas och förvara inte vätgasen för länge i bollen.

Några försök vid vilka badbollen—gasometern kan användas må anföras.

Koldioxidens täthet. En glaskolv med kikkran evakueras, tareras och anslutes till en boll med koldioxid. Sedan kolven fyllts, skiljes den från bollen. Då strömmar lite gas ut ur kolven, så att trycket blir lika med luftens tryck. Kranen stänges och kolven väges. Lämplig laboration.

Kundts försök. Koldioxid eller syrgas tryckes enl. fig. från bollen B genom korken K in i röret. En pappersremsa R, som är fästad framför korken, hindrar gasströmmen att blåsa undan korkspånen. Hela röret förskjutes, tills resonans uppstår. Om röret roteras lite, bli noderna tydligt markerade. Glasrör av 5 dm längd och 25 mm diameter och 8 dm långa trästavar med 10 mm diameter ha använts med gott resultat vid laborationer. En anordning för noggranna mätningar är beskriven i Elementa årgång *28* (1945) 139.



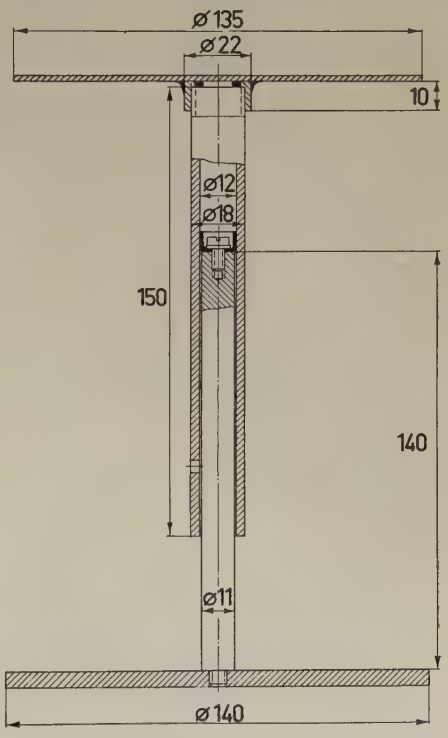
Förbränningar. Ett blåsrör fästes i ett stativ och anslutes till en boll med syrgas. Bollen klämmes och ett glödande kol hålles framför rörets mynning. Kolet brinner med bländande ljus. Om en 0,4 mm glödande ståltråd hålles framför rörets mynning, brinner tråden med ett starkt gnistregn.

Många andra försök kunna göras med bollen. *Alfred Nilsson*

En apparat för demonstration av Boyles lag

Det vanliga sättet att verifiera Boyles lag är att använda en kvicksilvermanometer. Man kan också begagna sig av ett långt, smalt i ena änden tillslutet glasrör, där en luftvolym avspärras med en kvicksilverpelare. Genom att luta mer eller mindre på röret kan man variera trycket. Dessa apparater lida av felet att man icke kan åstadkomma några större tryckvariationer. Det är svårt att få en övertygande demonstration, när de ingående storheterna endast kunna ändras inom snäva gränser. Obehöriga variationer beroende på temperaturförändring och rena mätfel störa.

I den nedan beskrivna apparaten kan man undgå dessa brister och öka trycket till flera atmosfärer. Apparatens konstruktion, med måttsiffror i mm, framgår av figuren.[1] Den består endast av en cylinder med en tät kolv. Luften i cylindern kan pressas samman genom att man belastar apparaten med vikter. Vi ha ansett det instruktivt att göra röret av genomskinlig plast och förse det med en ritsad centimeterskala, så att man kan beräkna luftmassans volym. Man kan naturligtvis också göra röret av metall och anbringa skalan på kolven.



Plastmaterialet till röret kan erhållas från en specialaffär. På den övre plattans undersida fastlödes en ring. I de apparater som byggts är plaströret ingängat i ringen och tätat med en packning av oljebeständigt gummi, men det torde vara enklare att i stället kitta fast röret i ringen med något plastlim. Packningen är en läderpackning för primuskök och kan köpas i varje järnaffär.

[1] Apparaten har tillverkats av vaktmästare E. Randmark vid Hal. f. flickor å Södermalm, Stockholm.

Den egentliga svårigheten är att få apparaten fullt tät. Packningen måste dränkas in i olja, och man bör se till att insidan av röret är väl fuktad med olja. Den lilla skål som packningen bildar bör fyllas med olja. Skruven som håller packningen måste dragas åt ordentligt. Egendomligt nog är det mycket svårt att få apparaten tät, om kolven vändes uppåt. Orsaken tycks vara att oljan i så fall rinner ner i botten på cylindern. Om däremot kolven får utgöra botten i cylindern, samlas oljan vid packningen, så att denna tätar för flera atmosfärers tryck.

Innan man använder apparaten, bör man provtrycka den. Röret fylles med olja eller vatten och apparaten belastas till högre tryck än som sedan skall användas.

Före varje försök bör man pressa ihop apparaten häftigt ett par gånger, tills man känner att packningen tätar. Vid försöket avläser man först volymen vid obelastad apparat och lägger sedan på vikter upp till cirka 5 kg och avläser motsvarande volym. Mätserien upprepas för avtagande tryck. Om apparaten visar tendens att hänga upp sig, då belastningen ändras, kan man avhjälpa detta genom att sakta vrida den övre delen runt. Man gör klokt i att arbeta rätt snabbt, så att läckning inte hinner inverka.

Vid den numeriska behandlingen är det enklast att nöja sig med att verifiera att produkten av tryck och volym är konstant. Man inför beteckningarna:

Trycket av luften i apparaten= $=p$ p/cm²
Yttre luftens tryck=p_0 p/cm²
Vågskålens och rörets tyngd=k_0 p
Vikternas tyngd=k p
Rörets diameter=d cm
Luftens volym=v cm³
Luftpelarens längd=b cm
Konstanten i Boyles lag=c p·cm

Man får $$p=p_0+\frac{k_0+k}{\frac{1}{4}\pi d^2};\ v=\tfrac{1}{4}\pi d^2 b;\ pv=c$$

varav $$(\tfrac{1}{4}p_0\pi d^2+k_0+k)\,b=c$$

Vid en elevlaboration i R II[4] erhöllos med en av apparaterna följande värden: p_0=1041, k_0=124, d=1,2. Vid laborationen mättes ej volymen vid obelastad apparat.

k	b	c
1000	7,6	17500
2000	5,2	17200
3000	4,0	17200
5000	2,8	17600
3000	4,0	17200
2000	5,2	17200
1000	7,5	17200

Inga-Britt och Tord Beckman

Aktuellt

Finlands matematik- och fysiklärarförbund 20 år

Den 3 juni 1935 grundades Finlands matematik- och fysiklärarförbund såsom ett samlande organ för landets läroverkslärare i matematik, fysik och kemi. I de större städerna fanns redan tio år tidigare matematiklärarklubbar, bl. a. i Åbo och Helsingfors. Klubbarna arbetar fortfarande, men de har dock haft i första hand endast lokal betydelse. Det blev därför nödvändigt att skapa en större organisation. De ledande vid starten var överläraren, dr Bruno Malmio, som blev förbundets förste ordförande, och lektor Reinhold Westlin. Sedan förbundet fått sina stadgar godkända och blivit inregistrerat, hade »Finlands matematik- och fysiklärare en central organisation, vars ändamål är att arbeta för sina medlemmars förkovran och utveckling i pedagogiskt och vetenskapligt avseende samt att tillvarataga även deras sociala och ekonomiska intressen» (R. Westlin).

För det nystartade förbundets verksamhet var det synnerligen lyckligt, att redan år 1936 en egen tidskrift, Matemaattisten Aineiden Aikakauskirja, kunde startas. Den har redigerats av förbundets nuvarande ordförande, dr Urpo Kuuskoski, som under många år var förbundets sekreterare. Intet annat fackläraförbund i Finland har fått till stånd en egen regelbundet utkommande tidskrift. Visserligen har MAA haft svårigheter att övervinna. Under kriget hotade pappersbristen att göra slut på den. Samtidigt och efter kriget led tidskriften av brist på artiklar, vilket väl till stor del berodde på att det stora flertalet av matematiklärarna var bundna av militära uppdrag. Många av förbundets medlemmar återvände aldrig från sina poster inom landets försvar. Tidskriften spelar numera en viktig roll i förbundets verksamhet.

Förbundets årsmöten försiggår i februari. Hittills har det skett under mycket anspråkslösa former, men detta år gjordes ett lyckat försök att samla mera medlemmar till årsmötet, som hölls utanför Helsingfors, nämligen i Riihimäki. Heldagsprogrammet omfattade förhandlingar, en diskussion om läroverksreformen och ett industribesök.

En viktig institution inom förbundet är dess sommarmöten, som har karaktären av föreläsnings- och exkursionsdagar. Redan sommaren 1932 samlades landets matematiklärare till ett stort möte i Helsingfors. Föredragen och förhandlingarna utgavs i bokform och flera viktiga beslut angående utvecklandet av undervisningen i mate-

matik, fysik och kemi fattades. Efter förbundets grundande har sommarmötena hållits omväxlande i de större skolstäderna i landet.

Sommarmötet i Viborg strax före kriget blev det största i förbundets historia. Programmet var särdeles värdefullt och mötet räckte fem dagar. En längre exkursion till industrianläggningarna vid Vuoksen företogs. Deltagarna i mötet kommer ännu ihåg det som en stor upplevelse, stämningsfull, rikt givande men även vemodig, eftersom Viborg och stora delar av Karelen förlorades i fredsslutet 1944. Under krigsåren kunde endast ett möte hållas, i Helsingfors 1943. Vid detta möte stod frontskolorna på programmet. Det hade blivit nödvändigt, när kriget drog ut på tiden, att anordna regelrätt skolundervisning för de yngre inkallade, vilkas skolgång hade avbrutits av krigstjänsten. Matematiklärarna deltog givetvis i denna undervisning, som måste bedrivas under ganska ovanliga förhållanden.

Några år efter kriget återupptogs sommarmötena och har sedan dess hållits regelbundet utom åren 1951 och 1954, då de två första nordiska kongresserna gav program nog. Att de nordiska kongresserna väckt lika stort intresse i Finland som i grannländerna är värt att anteckna, då ju en del av våra medlemmar faktiskt har haft språksvårigheter. Det är överhuvudtaget glädjande att förbundets medlemmar är intresserade av det nordiska samarbetet. Ett tecken på att så är fallet är det givetvis också, att nordiska facktidskrifter har så många prenumeranter i Finland. Förbundet är och bör givetvis vara en av utgivarna av NMT, den enda gemensamma nordiska tidskriften för läroverkslärare.

För att kunna tjäna medlemmarnas intressen på bästa sätt, har förbundets styrelse noga försökt följa med utvecklingen av undervisningen i matematik, fysik och kemi. En lärare behöver fortsatt utbildning och förnyelse. Särskilt den experimentella sidan av fysik- och kemiundervisningen har på senare tid gått framåt utomlands. Förbundet har därför dels sökt stimulera medlemmarnas lust att utomlands studera ny undervisningsmateriel, dels kallat utländska föreläsare att vid kurser (med praktiska övningar) presentera dylik materiel. Flere kurser har hållits i Helsingfors med glädjande stort deltagarantal.

Förbundet har givetvis stött alla gemensamma strävanden att förbättra läroverkslärarnas ekonomiska ställning. En speciell och angelägen uppgift för förbundet har det varit, att försöka åstadkomma en bättre ersättning för det arbete, som matematiklärarna utför utom klass. Representanter för förbundet har flere gånger företagit undersökningar, som samstämmigt visat att detta arbete endast delvis är betalat. Att få rättelse till stånd torde inte vara det lättaste.

Under de förflutna 20 åren har vi i Finland upplevat flere försök

att reformera läroverken. Senast 1950 tillsattes en kommitté för en »inre förnyelse». Mot dess betänkande, som blev färdigt 1954, har förbundets styrelse haft anledning att komma med grava anmärkningar i fråga om planerade förändringar av undervisningen i matematik, fysik och kemi. Sina invändningar och egna förslag framlade styrelsen för vederbörande myndigheter våren 1955.

Sommarmötet detta år försiggick i Uleåborg 2—4 juli och var det elfte i ordningen. Det arrangerades traditionsenligt av den lokala klubben. Huvudtema på programmet var denna gång lärarutbildningen och huvudföreläsare prof. Oiva Ketonen. Efter mötet företogs en fem dagars rundresa i Lappland (jämte ett besök i Tromsö). För första gången hade förbundet nöjet att vid ett sommarmöte ha tre nordiska representanter närvarande: dr Mogens Pihl, Danmark, lektor Mathias Flordal, Norge, och lektor Bror Gustaver, Sverige, som på årsmötet enhälligt utsetts till förbundets första utländska hedersmedlem och nu personligen mottog kallelsebrevet. Lektor Gustaver höll vid mötet ett föredrag om sina synpunkter på lärarutbildningen.

Vid mötet gav förbundsordföranden en historik över verksamheten under de gångna två decennierna. I det sammanhanget kom han fram med en ny nordisk tanke. Kunde man tänka sig, att samarbetet mellan Nordens matematik-, fysik- och kemilärare och deras organisationer skulle utvidgas till att omfatta ett välplanerat lärarutbyte, särskilt med tanke på yngre lärare, för vilka utländska erfarenheter kunde ha den allra största betydelse? Det förekommer ju för närvarande ett ganska omfattande utbyte av praktikanter mellan studentorganisationerna. Om dessa kan sköta ett sådant internationellt utbyte, borde läroverkslärare och deras organisationer även vara i stånd till det. Dr Kuuskoskis tanke föres härmed vidare till alla som ivrar för nordiskt samarbete. *B. L. Stara*

Industrikurs för geografi- och kemilärare 16—22 juni 1955

De av Industriens Upplysningstjänst — i samarbete med Geografilärarnas Riksförening och Föreningarna för Matematisk-Naturvetenskaplig undervisning i Stockholm och Lund — anordnade industrikurserna för lärare kunde i år fira 10-årsjubileum. Under de första 7 åren var det enbart lärare i geografi, som hade förmånen få deltaga i dessa kurser. Det 8:e året anordnades en kurs enbart för kemilärare. De senaste två åren ha såväl lärare i geografi som i kemi gemensamt fått studera delar av den moderna svenska industrien.

Den 10:e kursen, som planlagts av fil. lic. Gösta Walldén i Industriens Upplysningstjänst och som mönstergillt leddes av honom och rektor Erik Eklund, blev en värdig jubileumslänk i denna långa rad av syn-

nerligen givande och intressanta industrikurser. Denna form av fortbildnings- och upplysningskurser är utan tvekan den mest tilltalande, enär den ger deltagarna inblick i det sjudande liv, som modern industri utgör, den låter lärarna få komma i kontakt med ledande industrimän och forskare, den ger dem tillfälle att få se våra skickliga arbetsledare och arbetare i deras rätta miljö och — vilket kanske är det viktigaste — den ger de undervisande lärarna de senaste rönen och framstegen inom industrier av skilda slag. Vi lärare, som haft eller har förmånen att få uppleva en dylik kurs, stå i stor tacksamhetsskuld till Industriens Upplysningstjänst, som så generöst låter oss få deltaga i sådana föredömliga studieresor.

Årets kurs var helt förlagd till Östergötland. Deltagarna inkvarterades i Linköping, och per buss besöktes olika industriorter i detta landskap. Som regel anslogs en dag för varje ort.

Första dagen besöktes MC:s mejeri och AB Nordiska Armaturfabriken i Linköping. Det blev ingående studier av dessa företag med intressanta föredrag om mejerihanteringens utveckling i länet och om en svensk exportindustris utvecklings- och försäljningsproblem. På kvällen fingo deltagarna höra ett föredrag om Svenska Aeroplan AB (SAAB), vilket föredrag orienterade dem om de stora och vittomfattande problem, som ett modernt »Transportföretag» har att brottas med för att kunna stå sig i den hårda konkurrensen med andra dylika.

Nästa dag ägnades åt Motala, där Motala Verkstad och AB Elektrolux fabrik besöktes. Man imponerades här av dels den tunga metallindustriens nuvarande standard, dels av en specialindustris (kylmaskiner) otroliga utveckling, höga kvalité och stora exportmarknad.

Tredje dagen var det Åtvidabergs tur och där besöktes AB Åtvidaberg-Facit. Kontakten med denna fabrik, dess charmfulla ledning och med kommunalmän i köpingen blev kanske kursens klimax. Problemet industri — samhälle klargjordes här på ett strålande sätt genom olika anföranden. En rundtur genom orten avslutade besöket.

Söndagen den 19 juni ägnades helt åt en geologisk-geografisk-kulturhistorisk exkursion genom västra Östergötland, ledd av rektor T. Lindell, Vadstena. Dagen blev minnesrik och deltagarna fick genom rektor Lindells otroliga berättarkonst inblick i det Östergötland, som en gång varit, samtidigt som den strålande sommardagen gav fägring och glans åt det Östergyllen, som nu består.

På måndagen blev det så Finspongs tur, där såväl Svenska Turbinfabriks AB Ljungströms fabrik som AB Svenska Metallverken gästades. I den förra fabriken fingo deltagarna förutom de imponerande turbinerna även lära känna de första i Sverige byggda reamotorerna för flygplan. Metallverkens framställningsmetoder för metallfolier m. m. väckte berättigat uppseende.

Näst sista dagen besöktes först AB Cloettas fabrik i Ljungsbro, där tillverkningen av choklad m. m. noga studerades samt resultaten av tillverkningen ivrigt avsmakades. De sociala anläggningarna i samband med företaget demonstrerades efter fabriksbesöket. Efter lunch besöktes Holmens Bruks sulfitfabrik i Loddby utanför Norrköping. En del för kemisterna intressanta och moderna detaljer kunde här beskådas.

Sista dagen gästades Holmens Bruk i Norrköping, där pappersbruket och sidenfabriken Uttern besöktes. Genom föredrag hade deltagarna fått inblickar i brukets historia och blivit upplysta om vad dagens Holmens Bruk är.

Den gästfrihet och välvilja, som strömmade mot kursdeltagarna vid besöken i de olika företagen, var enastående.

Viktor Räntilä

Svenska Teknologföreningens rikspremier

Liksom förra året utdelade S. T. denna vårtermin tre *rikspremier* för bästa prestationer vid reallinjens studentskrivningar i matematik och fysik. I tävlan deltogo 18 examinander, varav en kvinnlig, från 12 läroverksorter. Sex tävlande hade A på alla tre skrivningarna. Var och en av de tävlande hade att insända avskrifter av lösningarna till det sista problemet i varje skrivning.

Högsta premiet, 500 kr., tilldelades Lars Ingelstam, Hal i Bromma; två tävlande erhöllo såsom jämställda vardera 200 kr.: Peter Arrhén, Uddevalla, och Björn Weichbrodt, Hal å Kungsholmen. De båda stockholmarna fingo mottaga sina premier den 13 maj vid S. T:s årsmöte i Stockholms Konserthus i Stockholm.

Premienämnden bestod liksom förut av lektor E. A. Knave samt adjunkterna K. M. von Proschwitz och S. E. Wetterwik.

Meddelande om denna tävlan utsändes någon tid före skrivningarna till rektorsämbetena, som anmodas låta anslå meddelandena för examinandernas och vederbörande lärares kännedom. Lärare i högsta ringen kunna säkerligen påräkna intresse i sina klasser, om de redan nu, vid läsårets början, lämna information om denna tävlan. Det bör vara självklart, att man vid årsavslutningen alldeles särskilt omnämner och hedrar den, som erhållit ett *rikspremium*; för säkerhets skull böra matematik-fysiklärarna på förhand förvissa sig om att en sådan utmärkelse, som ligger på en långt högre nivå än de vanliga premierna, icke blir obemärkt.

Einar Wetterwik

Gradualavhandlingar[1]

Gunnar Erlandsson, *A microwave spectrometer and its applications to some organic molecules.* Arkiv för Fysik, Bd 9, Nr 28, 36 sid. Disp. i Sthlm den 14 maj 1955. Opponent Dr. phil. Børge Bak, Köpenhamn.

Under de senaste tio åren har området för spektroskopisk forskning som bekant utvidgats till att omfatta även radiovåglängder av storleksordningen centimeter och millimeter. Härigenom har bl. a. en stor mängd rena rotationsspektra blivit tillgängliga för undersökning. Då frekvenser inom dessa områden kan mätas med stor precision, är det möjligt att ur sådana spektra få noggranna upplysningar om molekylernas tröghetsmoment. Dessa kan sedan användas till beräkningar av bindningsavstånd och bindningsvinklar.

En spektrometer arbetande inom cm-området har byggts vid Stockholms Högskolas Fysiska Institut. En tämligen detaljerad beskrivning av apparaturen och dess prestanda ges i rubricerade avhandling. Spektrometern har använts för undersökning av ett antal organiska molekyler på vilka teorin för den stela asymmetriska rotatorn kunnat tillämpas. För den praktiska tillämpningen av teorin har matematikmaskinen BESK tagits i bruk och visat sig vara synnerligen värdefull.

Tre monosubstituerade bensolmolekyler har undersökts, nämligen fluorbensol (C_6H_5F), klorbensol (C_6H_5Cl) och bensonitril (C_6H_5CN). Det har visat sig, att alla tre molekylerna ha nära lika tröghetsmoment kring substitutionsaxeln (89,2 AÅ^2). Om man antar, att detta värde är karakteristiskt även för ren bensol, får man en relation mellan C—H och C—C avstånden i bensolmolekylen. Om man däri sätter in ett approximaitvt värde för C—H, får man som resultat ett ganska noggrant värde för C—C avståndet. Resultatet är 1,400 Å, vilket stämmer tämligen bra med värdet 1,397 Å, som Stoicheff erhållit ur infrarödspektrum av ren bensol. Avvikelsen beror på det fel, som begås vid extrapolationen från de substituerade molekylerna till den osubstituerade.

Undersökningarna omfatta också cyklopentanon och cyklopentenoxid, vilka båda ha formeln C_5H_8O men som ha olika struktur. Resultaten ha bl. a. bekräftat antagandet att den fematomiga kolringen inte är helt plan.

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

NILS SUNDÉN, *Om indium(III)jonens komplexkemi.* Disp. i Lund den 16 april 1955. Opponenter: docent STEN AHRLAND och fil. mag. ARTHUR SONESSON.

Föreliggande arbete behandlar en kvantitativ bestämning av styrkan hos de komplex, som indiumjonen bildar med några vanliga anjoner. Mätningarna ha utförts i ett jonmedium av 2 molar (undantagsvis även 1 molar) $NaClO_4$ och vid en temperatur av 20° C. Mätmetodiken har huvudsakligen varit potentiometrisk med såväl centraljonmätning som ligandmätning, en del av systemen ha även undersökts med jonbytare- och extraktionsmetodik.

I avhandlingen behandlas även olika indiumelektroders användbarhet för mätningar av ovan angivet slag. Dessa elektroders egenskaper samt indiumjonens hydrolys begränsar det användbara pH-området till 2,0—2,5. Vid vissa ligander har det dock varit nödvändigt att utföra mätningarna vid något högre pH, men särskilda undersökningar ha visat, att på grund av dessa systems relativt höga komplexitet hydrolysen ej kan ha påverkat mätningarna i märkbar grad.

För de komplexsystem, som undersökts med flera metoder, har, med undantag för sulfatsystemet, god överensstämmelse erhållits. Avvikelserna för sulfatsystemet måste tillskrivas en inverkan av de kvalitativa jonmedieförändringarna. De undersökta systemen samt deras inbördes styrka, bestämd av den första komplexkonstanten, framgår av följande sammanställning.

$$J^- < SO_4^{2-} < Br^- < Cl^- < SCN^- < \text{formiat} < \text{glykolat} < \text{acetat} < \text{propionat} < F^-$$

I denna serie varierar den första komplexkonstanten från ca 10 för J^- till 5000 för F^-. För de starkare av dessa system uppnås ligandtal strax under sex, och i fluoridsystem förekommer ett svårlösligt komplex med sammansättningen Na_3InF_6, varför indiums maximala koordinationstal i likhet med aluminiums torde vara sex. För de svagare komplexsystemen stannar ligandtalet vid två till fyra i det undersökta koncentrationsområdet, 0—0,5 M.

Vid jämförelse av komplexbildningsförmågan för indium med dess grannars i periodiska systemet, av vilka dock endast kadmium är närmare undersökt, förefaller de flesta indiumsystemen vara starkare än väntat. Kadmium, som bildar starka jodidkomplex men svaga fluoridkomplex, är dock mindre väl lämpad som jämförelseobjekt, då ju indium tillhör motsatt typ av komplexbildare. I fråga om fluoridsystemens komplexitet låter indium tvångsfritt inrangera sig i serien $Al > Ga > In > Tl$. Då emellertid vidare jämförelsematerial saknas, måste hithörande frågor skjutas på framtiden.

MAJA EDSTRAND, *X-Ray Studies on Antimony(III)oxide Halogenides and Some Related Compounds.* (Svensk Kemisk Tidskrift *67* (1955) 230—245) Sammanfattning av sju uppsatser publicerade i Acta Chemica Scandinavica och Arkiv för Kemi. Disp. vid Stockholms Högskola den 18 maj 1955. Opponenter: docent INGVAR LINDQVIST och fil. lic. JAN ÖSTERLÖF.

Huvudproblemet har varit att framställa olika antimon(III)oxidhalogenider och med röntgenmetoder bestämma kristallstrukturerna för några av dem. Då det visade sig att de undersökta föreningarna alla hade komplicerade strukturer utan någon likhet med tidigare kända vismut(III)oxidhalogenider, ha kompletterande undersökningar utförts på komplexa antimon(III)halogenider och additionsföreningar mellan arsenik(III)oxid och halogenider för att försöka finna koordinationstyperna för trevärt antimon och arsenik.

Antimon(III)oxidhalogeniderna ha framställts genom hydrolys av antimon(III)halogenider dels vid rumstemperatur och dels vid högre temperaturer upp till ca 300° C. Vid de hydrotermala synteserna ha några av allt att döma tidigare okända kristalliserade faser erhållits.

De föreslagna strukturerna äro baserade på enkristallfotogram. Det förefaller som om koordinationsfigurerna kring trevärt antimon och arsenik skulle vara lättast att tolka, om man antar existensen av ett stereokemiskt verksamt odelat elektronpar. I de undersökta föreningarna ha tre olika sådana konfigurationer upptäckts.

5-koordination, som kan beskrivas som en något deformerad oktaeder med antimon i centrum och med fem av hörnen upptagna av atomer och det eventuellt stereokemiskt verksamma elektronparet riktat mot det sjätte hörnet. Konfigurationen har påvisats för $SbCl_5^{2-}$ gruppen i $(NH_4)_2SbCl_5$.

4-koordination, som kan beskrivas som en deformerad trigonal bipyramid med antimon i centrum och med fyra av hörnen upptagna av atomer. Om det finnes ett stereokemiskt verksamt odelat elektronpar, är detta riktat mot ett av de ekvatoriella hörnen. Denna konfiguration går igen i alla de fyra undersökta antimon(III)oxidhalogeniderna nämligen: SbOCl, $Sb_4O_5X_2$ där X=Cl och Br, $[Sb_8O_8(OH)_4][(OH)_{2-x}(H_2O)_{1+x}]Cl_{2+x}$ samt $Sb_8O_{10}(OH)_2X_2$ där X=Cl, Br och J.

3-koordination i form av en triangulär pyramid med antimon respektive arsenik i toppen. Denna konfiguration kan förklaras både med och utan ett stereokemiskt verksamt odelat elektronpar och har upptäckts i SbOCl, $Sb_4O_5X_2$ samt i $NH_4Cl \cdot As_2O_3 \cdot \frac{1}{2}H_2O$.

I de undersökta föreningarna har det visat sig att tre- och fyrkoordinationsfigurerna äro förenade av syreatomer till oändliga

komplex i form av kedjor eller skikt. I en del fall äro dessa komplex laddade och hållas då ihop av joner av motsatt laddning. Det förefaller dessutom sannolikt att vätebindningar mellan syreatomer existera i de antimon(III)oxidhalogenider, som innehålla hydroxylgrupper och vatten.

Olov Lönnqvist, *On the estimation of long-wave effective radiation.* Uppsala 1955, sammanfattning av fem uppsatser i Arkiv för Geofysik och en uppsats i Tellus. Disp. i Uppsala den 2 april 1955. Opponenter: f. d. överdirektör Anders Ångström, professor Hilding Köhler (extra ordinem) och fil. lic. Lars Raab.

I jordytans och atmosfärens energibalans utgör kortvågig och långvågig strålning de viktigaste termerna. Vid studiet av den långvågiga strålningen avses med effektiv utstrålning skillnaden mellan jordytans i det närmaste »svarta» strålning och den nedåtstrålning som når jordytan. Nedåtstrålningen härstammar vid klar himmel framför allt från vattenångan i luften och endast i ringa mån från koldioxid, ozon och stoftpartiklar. Nedåtstrålningen och effektivutstrålningen bestäms därför nästan helt av atmosfärens temperatur- och fuktighetsförhållanden.

Med relativa utstrålningen avses förhållandet mellan effektivutstrålningen och jordytans »svarta» strålning. Vid klar himmel varierar relativa utstrålningen i regel mellan 20 och 30 %. Vid låga moln eller dimma är den i det närmaste 0 %; den skulle däremot vara 100 %, om atmosfären icke innehöll något strålande medium.

Med hjälp av en egen numerisk metod och tillgängliga data för vattenångas absorption vid våglängder mellan 4 och 30 μ har författaren räknat ut hur stor relativa utstrålningen skulle vara i ett stort antal typatmosfärer med lämpligt valda temperatur- och fuktighetsförhållanden och har därigenom kunnat uppställa en formel för relativa utstrålningen r, nämligen

$$r = A + Bt_0 + C(1+\varkappa)\gamma_m - D \ln \varkappa\varrho_0$$

där t_0 är marktemperaturen, γ_m vertikala temperaturgradienten och $\varkappa\varrho_0$ atmosfärens effektiva mängd vattenånga, varvid ϱ_0 är abs. fuktigheten i marknivån, medan $\varkappa$ ger ett mått på fuktighetens avtagande med höjden. Formeln gäller icke för extrema värden på $\varkappa\varrho_0$.

Genom en transformation och en omordning av vattenångans absorptionsspektrum har författaren lyckats teoretiskt härleda en formel för isoterma atmosfärer, vilken för vanligen förekommande värden på $\varkappa\varrho_0$ antar samma form som den tidigare uppställda formeln.

Beträffande konstanterna A, B, C och D i formeln görs en jämförelse mellan dels de med författarens numeriska metod erhållna

värdena, dels värden som motsvarar andra forskares grafiska, numeriska eller empiriska beräkningsmetoder, dels empiriska värden. De empiriska värdena på konstanterna har bestämts med hjälp av olika mätningsserier, bl. a. författarens egna mätningar.

Utförda jämförelser mellan uppmätta och ur radiosonderingar beräknade värden på effektiva utstrålningen lämnar en uppfattning om de olika beräkningsmetodernas tillförlitlighet. De visar även att sambandet mellan utstrålningens variation och variationerna i temperatur- och fuktighetsförhållandena är tämligen väl känt, medan det däremot ännu återstår mycket att göra på det spektroskopiska och det instrumenttekniska planet, innan man med tillräcklig noggrannhet kan fastlägga det medelvärde kring vilket den relativa utstrålningen varierar.

Effektiva utstrålningens variation med zenitavståndet har slutligen bestämts med hjälp av den logaritmiska formeln, varvid god överensstämmelse erhållits med en tidigare känd empirisk formel.

LENNART SANDGREN, *A Vibration Problem*, Lund 1955, 84 s. Disp. i Lund den 23 april 1955. Opponenter: professor BØRGE JESSEN, Köpenhamn och amanuensis BENT FUGLEDE, Köpenhamn.

Avhandlingens utgångspunkt är det klassiska hydrodynamiska problemet att bestämma egensvängningarna hos en inkompressibel vätska innesluten i ett kärl och påverkad av tyngdkraften. Hilbert har återfört detta på ett vibrationsproblem, dvs. problemet att samtidigt reducera två kvadratiska former på diagonalform innanför en lineär klass av funktioner.

I föreliggande avhandling studeras med funktionalanalytiska metoder ett vibrationsproblem, som är en generalisering av det hydrodynamiska vibrationsproblemet. Den ena kvadratiska formen A är Dirichlets integral tagen över ett område på en m-dimensionell Riemannsk mångfald och den andra kvadratiska formen B är kvadratintegralen över en del av områdets rand med en viktfunktion ϱ, som tillåtes ändra tecken. En lämplig lineär funktionsklass, som väljes olika beroende av utseendet av ϱ, kompletteras till ett Hilbertrum $\mathscr{H}$ med skalärprodukten given av A. Det visas att B svarar mot en fullständigt kontinuerlig transformation av $\mathscr{H}$ i sig. Transformationens egenfunktioner är desamma som vibrationsproblemets, medan egenvärdena är inverterade.

I avhandlingens senare del bestämmes egenvärdenas asymptotiska fördelning. Det visar sig bl. a. att de positiva egenvärdenas fördelning endast beror av ϱ på den del av områdets rand, där ϱ är positiv. Motsvarande gäller för de negativa egenvärdena.

CARL HYLTÉN-CAVALLIUS, *Some theorems concerning trigonometrical polynomials.* Lund 1955. Disp. i Lund den 7 maj 1955. Opponenter: docent TORD GANELIUS och fil. mag. GUNNAR BERGENDAL.

Avhandlingen består av följande tre arbeten:

1. Geometrical methods applied to trigonometrical sums, Kungl. Fysiografiska Sällskapets i Lund förhandlingar *21* (1951), 3—21. Även publicerat i: Meddelanden från Lunds Universitets Matematiska Seminarium *10* (1951).

2. A positive trigonometrical kernel, Tolfte Skandinaviska matematikerkongressen, Lund 1953, 90—94. Även publicerat i: Meddelande från Lunds Universitets Matematiska Seminarium *12* (1955).

3. Some extremal problems for trigonometrical and complex polynomials, Mathematica Scandinavica *3* (1955), 5—20.

I [1] bevisas med hjälp av geometriska betraktelser Fejérs och Turáns olikheter $0 < \sum_{\nu=1}^{n} \frac{\sin \nu x}{\nu} < \pi - x$ för $n \geq 1$, $0 < x < \pi$. Vidare ges en geometrisk tolkning i det komplexa planet av Gibbs' fenomen. (Den geometriska metod det är fråga om har tidigare använts bl. a. av Kuzimin samt av B. Kjellberg i Elementa *21* (1938), 241.

I [2] konstrueras en elementär trigonometrisk kärna, som ger mycket korta bevis för Fejérs och Turáns olikheter och generaliseringar av dessa.

I [3] löses först följande problem: Låt $\Pi_n \Pi = {}_n(it, \cos \alpha)$, där $n \geq 2$ är heltal, $t \neq 0$ är reellt och $0 \leq \alpha \leq \pi$, vara klassen av trigonometriska polynom Φ_n med reella koefficienter och av grad $\leq n$, sådana att $|\Phi_n(x)| \leq 1$ för alla x och $\Phi_n(it) = \cos \alpha$. För varje reellt x bestämmes funktionerna $m(x) = \inf_{\Phi_n \in \Pi_n} \Phi_n(x)$ och $M(x) = \sup_{\Phi_n \in \Pi_n} \Phi_n(x)$. Om T_v betecknar det v-te Tschebyscheffska polynomet och $a = \cos(\alpha/2n) / \cosh \frac{1}{2}t$, finner man t. ex. $m(x) = T_{2n}(a \cos \frac{1}{2}x)$ för varje x, som uppfyller $a \mid \cos \frac{1}{2}x \mid \geq \cos(\pi/2n)$. För alla andra x är $m(x) = -1$.

Ovanstående sats generaliseras till det fall då villkoret $\Phi_n(it) = \cos \alpha$ ersättes med $\Phi_n(it) = \cos(\alpha + i\beta)$, α och β reella. Satsen användes också för att lösa följande problem: Låt $P_n(z)$ vara ett polynom av en komplex variabel z med komplexa koefficienter och av grad $\leq n$, n heltal ≥ 2. Antag nu att absoluta värdet av $P_n(z)$ på cirkeln $|z| = 1$ antar sitt maximum i punkten $z = 1$. Hur nära denna punkt kan det ligga ett nollställe $z_0 = \varrho e^{i\varphi}$ till $P_n(z)$? Svaret är att z_0 måste ligga utanför eller på kurvan $\cos \frac{1}{2}\varphi = \frac{1}{2}(\varrho^{\frac{1}{2}} + \varrho^{-\frac{1}{2}}) \cos(\pi/2n)$, $-\pi/n \leq \varphi \leq \pi/n$. Om z_0 är en punkt på denna kurva, finns det väsentligen endast ett polynom, som

uppfyller villkoren. Detta polynom angives explicit. Om z_0 ligger utanför kurvan, finns det oändligt många sådana polynom. Kurvan är en »Pascals snäcka».

KARL-ERIK LARSSON, *A systematic study of methods to measure a neutron flux absolutely.* Arkiv för Fysik Bd 7 Nr 25 och Bd 9 Nr 18 jämte sammanfattning. Disp. vid Stockholms Högskola den 19 mars 1955. Opponenter: docent KARL-GUSTAV MALMFORS, tekn. lic. NILS GÖRAN SJÖSTRAND och fil. kand. ROLF BJÖRNERSTEDT.

Ett av de fundamentala problemen inom neutronfysikens fält utgör registreringen av neutronen. I dag — över 20 år sedan neutronens upptäckt — är fortfarande den noggranna absolutmätningen av neutronflöden ett delvis olöst problem. Den fundamentala svårigheten ligger förborgad i neutronens egenskap att vara neutral. De mätmetoder som stå till buds grunda sig i regel på neutronens reaktion med atomkärnor. Mätmetoden är starkt beroende på neutronens energi, så att termiska neutroner oftast registreras genom reaktionen med borisotopen B^{10} eller genom aktivering av ett ämne, vars aktivitet sedermera absolutbestämmes. Snabba neutroner däremot med energier över 1 MeV registreras oftast genom spridningen mot väte eller annan lätt isotop, på så sätt att de laddade rekylkärnorna registreras.

I föreliggande arbete jämföras inbördes å ena sidan två metoder att mäta termiska neutronflöden och å andra sidan två metoder att mäta snabba neutronflöden. Vidare utarbetas en metod att direkt jämföra de båda metodikslagens överensstämmelse med varandra. Eftersom det är väsentligt, att den neutronkälla, med vilken jämförelserna utföras är konstant, användes en s. k. naturlig källa, en Ra-α-Be neutronkälla som standard. Denna källa blir sålunda noggrant absolutkalibrerad och genom att jämföra denna källa med andra länders standardkällor erhålles en internationell jämförelseserie, ur vilken två fakta kunna extraheras nämligen:

1. Överensstämmelsen mellan ett stort antal av varandra oberoende absolutkalibreringar kan studeras, vilket innebär en jämförelse mellan ett flertal metoder.
2. Medelvärdet av alla oberoende absolutkalibreringar ger ett säkrare värde för de enskilda ländernas neutronstandarder.

De metoder som i dessa experiment användas för att mäta termiska neutroner utgöres av borkammarmetoden, som utnyttjar reaktionen $B^{10}(n, \alpha)Li^7$, och av guldfoliemetoden, vilken grundar sig på absolutmätning av den aktivitet som induceras i tunna guldfolier placerade i en stor moderator innehållande Ra-Be-källan. Den reaktion som utnyttjas är alltså $Au^{187}+n \rightarrow Au^{198*} \rightarrow Hg^{198}+e^-+\gamma$; aktiviteten absolutmätes genom att använda koincidensmetoden på guldsönderfallet.

För att mäta snabba neutronflöden utnyttjas de monoenergetiska neutronerna av 14 MeV energi från $T^3(d, n)He^4$-reaktionen. Dessa neutroner mätas dels i en homogen jonisationskammare av Bragg-Grey-typ, dels registreras de genom att utnyttja det förhållandet att varje utgående neutron motsvaras av en α-partikel. α-partikelräkningen utgör en noggrann och enkel metod att registrera neutronerna.

Jämförelsen mellan de båda metodikslagen utföres så att långa borproportionalräknare användes för att i en mycket stor moderator integrera neutronflödet dels från nämnda tritiumreaktion och dels från den med de termiska metoderna kalibrerade Ra-α-Be-källan. Ra-Be-källan kalibreras helt enkelt absolut genom att jämföra integralerna av de båda neutrontätheterna, vilket innebär att dess neutronutbyte bestämmes genom α-partikelräkningen. Detta är i själva verket en ny metod, som utmärkes av att vara oberoende av några andra naturkonstanter, vilket eljest är den svåra begränsning, som de flesta metoder varit underkastade.

Slutresultatet visar att termiska neutronflödesmätningar i allra bästa fall kunna utföras till en noggrannhet av 3 %, snabba neutronflödesmätningar till 4—5 %, om utomordentliga försiktighetsmått vidtagas. Metoden med räkning av associerade α-partiklar däremot tillåter en noggrannhet av 2 % eller bättre. Vidare visa jämförelserna med andra länder att mätningar utförda i Amerika, England, Frankrike, Belgien och Sverige överensstämma inom 5 %.

Stig Lundqvist, *A study of some properties of ionic crystals.* Sammanfattning av 3 uppsatser i Arkiv för fysik. Disp. i Uppsala 20 maj 1955. Opponenter: prof. Ivar Waller och fil. lic. Per Olof Fröman.

I avhandlingen undersökas vissa egenskaper hos jonkristaller enligt den metod att teoretiskt behandla jonkristaller som grundlades av Hylleraas, vars undersökningar senare utvidgats och kompletterats särskilt i matematiskt hänseende av Landshoff och Löwdin.

I den första uppsatsen beskriver författaren sina beräkningar av bindningsenergien och gitterkonstanten för LiH-kristallen. Förhållandena synas för denna kristall vara mer komplicerade än för vissa andra jonkristaller, vilka tidigare behandlats, t. ex. NaCl och KCl. En mera detaljerad undersökning har därför utförts och resultaten ha jämförts med de resultat som erhållas, om man inför de approximationer som använts i tidigare undersökningar.

Avhandlingens senare delar behandla egenskaper, vilka kunna härledas ur uttrycket för kristallens energi. En diskussion av avvikelsen från de s. k. Cauchyrelationerna mellan elasticitetskonstanterna återfinnes i den andra uppsatsen. I denna påvisas att dessa avvikelser

bero väsentligt av jonernas relativa storlek på ett sådant sätt att i det tänkta gränsfall, då de positiva och negativa jonerna ha identisk elektronkonfiguration, avvikelserna skulle bli försvinnande.

I den tredje uppsatsen diskuteras de ultraröda gränsfrekvenserna för jonkristaller. Då tidigare undersökningar av kristallers egensvängningar varit grundade på den klassiska teorin för jonernas växelverkan, har det varit av särskilt intresse att undersöka de modifikationer som uppträda vid en kvantmekanisk behandling. Av särskilt intresse är att den kvantmekaniska behandlingen leder till införandet av en korrigerad jonladdning benämnd den effektiva laddningen, ett begrepp, som tidigare uppställts på empirisk grundval.

Bokanmälningar

MAURICE D'OCAGNE, *Histoire abrégée des sciences mathématiques* (ouvrage recueilli et achevé par René Dugas), Librairie Vuibert, Paris 1955, 405 p., 1350 fr.

Nomografiens fader, Maurice d'Ocagne, hyste ett djupgående intresse för matematikens historia. Ett resultat av detta intresse är föreliggande omsorgsfullt utarbetade posthumt utgivna verk.

Bokens huvuddel behandlar matematikens historia från äldsta tider till omkring första decenniet av innevarande århundrade. De största matematikernas liv och verk skildras på för vardera någon eller några sidor. Beträffande 1800-talet, där materialet börjar bli stort, har författaren avsiktligt lagt framställningens tyngdpunkt på den franska matematiken. Skildringen är här gjord med verklig inlevelse.

För de senaste decennierna, där perspektivet är kort och materialet överväldigande stort, har författaren nöjt sig med en mycket koncentrerad översikt. Slutligen har han i några appendices givit specialframställningar av vissa områden av matematiken, som legat honom särskilt varmt om hjärtat.

Tråkigt nog saknas ett alfabetiskt person- och sakregister. Ett sådant skulle ha underlättat orienteringen i den stora informationsmängd som boken rymmer. Varje läsare torde i boken finna åtskilligt för honom nytt. Recensenten nöjer sig med att nämna fem smakprov med sidnumren inom parentes: bakgrunden till repliken om kungsvägen (20), matematisk aktivitet i rysk fångenskap efter debaklet 1812 (206), mannen som löste ett problem vilket enligt Abel djävulen blandat sig i (305), en pittoresk anekdot om kinesiska mandariners logaritmtabell (379), hur en ung fransk beundrarinna sökte rädda Gauss' liv (395).

Arne Broman

G. Goudet, *Les fonctions de Bessel.* Masson & Cie, Paris 1954, 90 p., 600 fr.

Åtskilliga förträffliga franska småböcker på det matematisk-fysiska området ha utgivits på olika förlag. Man erinrar sig sålunda Humbert's nyttiga skrift om Laplace's integraltransformation på 30 sidor. Föreliggande arbete av Goudet, vilket är en reviderad upplaga av författarens för flera år sedan i Collection des publications des laboratoires de physique de l'École normale supérieure utgivna skrift, avser att på mindre än 100 sidor ge en introduktion till Besselfunktionerna som matematiskt-fysiskt hjälpmedel. Boken vänder sig till studerande, i lika mått vid universitet och tekniska högskolor.

Det första man begär av en för studerande avsedd framställning är att författaren mera tänker på läsaren än på sina egna intressen. Ett första, generellt hållet kapitel, som ur författarens egen synvinkel ter sig såsom tids- och utrymmesbesparande, bildar ofta en effektiv barriär mot ett tillägnande av det egentliga innehållet. Goudet har icke givit något exempel på detta ofruktbara sätt att skriva. Enligt en förnuftig pedagogisk tankegång ägnar han sitt första kapitel åt i ordning den inspända strängen, det cirkulära membranet och vågutbredning i en rymd med cylindrisk geometri, alltså i progression från en till tre dimensioner.

Sedan den allmänna Besselska differentialekvationen på beskrivet sätt inte bara uppställts utan även givits ett småningom vidgat perspektiv, övergår författaren till lösningsförsök med serier, inför i sinom tid Neumann's och Hankel's funktioner med diagram över några enkla fall. I tredje kapitlet deduceras de vanliga rekursions- och integralformlerna, additionsteoremet för första slagets funktion med heltalsnummer samt asymptotiska utvecklingar. Någon anslutning till teorien för ordinära linjära differentialekvationer i komplexa planet har författaren helt avstått ifrån i denna förstahandsläsning. Vad man saknar mera är en fyllig behandling av stående och fortskridande cylindervågor med anslutning till lösningar av differentialekvationen $y''+k^2 \cdot y=0$. Det kommer ju ofta i första hand an på att välja riktig cylinderfunktion i tillämpningarna. Bokens matematiska del avslutas med ortogonaliteten och det modifierade funktionsparet jämte diagram. Egendomligt nog använder författaren icke detta par i de tillämpningar som följa.

Bokens 30 sista sidor ägnas helt åt fysikaliska problem, varvid tillämpningar ur elektricitetsläran ställas i spetsen. Författaren använder orationaliserade Maxwellekvationer samt äldre måttsystem. Det kan inte hjälpas, att det numera går kalla kårar längs ryggen, när man, för att ta ett exempel, ser konduktivitet uttryckt i elektrosta-

tiska cgs-enheter. De behandlade uppgifterna äro: den cylindriska svängburken, strömförträngningen, temperaturfördelningen i en tråd, ett tryckvågsproblem i en gas samt några diffraktionsproblem. Tabeller avsluta boken.

Goudet's bok är elegant, klar och lättläst och bör utan vidare rekommenderas. I bibliografien nämnes MAC LACHLAN's Bessel functions for engineers. Tillhopa ett värdefullt bokpar! *E. T. Glas*

P. COSSA, *La cybernétique. Du cerveau humain aux cerveaux artificiels.* Masson et Cie, Paris 1955, 100 p., 525 fr. (Ingår i serien »Evolution des Sciences».)

En nervfysiolog berättar vad cybernetik är och diskuterar dess relevans för studiet av människan, trevligt och ganska lättfattligt och utan matematik. Särskilt intressanta är de kapitel som ägnas åt »negative feedback» i det perifera nervsystemet, och åt de små robotar, som olika forskare konstruerat i syfte att efterbilda levande varelsers beteende. (En av dem, Grey Walter's »Cora», är byggd så att den kan utbilda en konditionerad reflex.) Förf. avlivar här en del förhastade hypoteser, som framförts av analogi-glada matematiker och ingenjörer rörande människohjärnan, bl. a. en om syncentrum i människohjärnan, som anförs av Wiener i »Cybernetics».

Övriga delar av ämnet, såsom matematikmaskiner och informationsteori, refereras kortfattat; här finns smärre felaktigheter, men helhetsbilden är klar. Bland de många väl valda exempel, som illustrerar de allmänna idéerna, bör särskilt nämnas en anordning för reglering av sädtillförseln till ett kvarnhjul. Den fungerar med negativ återmatning, och den finns beskriven i en bok som utkom 1588. En annan notis av historiskt intresse är att ordet »cybernétique» funnits i franskan i mer än 100 år. Det infördes av Ampère och har haft betydelsen »konsten att styra, regera». Wiener mister således en del av äran av att ha uppfunnit ordet, men är i gengäld i kongenialt sällskap.

I Frankrike har cybernetiken föranlett en livlig och delvis amatörfilosofisk diskussion — det talas i boken om »le mouvement cybernéticien», som om det vore fråga om existentialism eller liknande — och tydligen har där ganska långtgående påståenden gjorts om själen och matematikmaskinerna, m. m. Cossa är i det stora hela saklig, med stänk av tydligtvis välmotiverad polemik i texten, men framför i sitt slutkapitel med ett visst patos en argumentering för att människan är överlägsen maskinerna. För den oengagerade läsaren ter sig en sådan argumentering alldeles överflödig, men den här får dock ett visst intresse därav att alla de anförda argumenten är oriktiga.

Göran Kjellberg

R. Baldus / F. Löbell, *Nichteuklidische Geometrie.* (Sammlung Göschen 970) W. de Gruyter, Berlin 1953, 140 S., DM 2.40.

Universitetskurserna i matematik för ett och två betyg innehåller som bekant praktiskt taget ingenting om geometriens axiomatiska uppbyggnad. Majoriteten av svenska läroverkslärare saknar därför utbildning i detta ämne, vilket är att beklaga, då geometrien utgör en betydande del av skolmatematiken. Nyligen har emellertid på universitetshåll tagits initiativ till införande av en ny trebetygskurs huvudsakligen avsedd för blivande lärare. I denna skulle bl. a. ingå ett moment omfattande geometriens axiomsystem och icke-euklidisk geometri. Den nu utkomna, av F. Löbell omarbetade, tredje upplagan av Baldus' Nichteuklidische Geometrie torde komma att få en viss användning vid inhämtandet av denna kurs.

Boken omfattar sex avsnitt av vilka det första innehåller en historisk översikt av geometriens utveckling med tonvikten lagd på parallellaxiomets historia. Avsnitt 2 behandlar den s. k. absoluta geometrien, dvs. systemet av de satser, som inte förutsätter parallellaxiomet. Utgångspunkten är Hilberts axiomsystem, men avvikelserna från detta är i denna upplaga större än i tidigare upplagor. I avsnitt 3 införes parallellaxiomet varigenom den euklidiska geometrien erhålles. Om i stället för parallellaxiomet införes dess negation, får man den hyperboliska geometrien. Cayley-Kleins modell av denna geometri konstrueras i avsnitt 4. I bokens största avsnitt, det femte, redogöres för ett antal intressanta för den hyperboliska geometrien karakteristiska satser. Några anmärkningar om elliptisk geometri och »geometrien och verkligheten» bildar bokens sjätte och sista avsnitt.

Trots att boken är ganska koncentrerat skriven är den relativt lättläst och förutsätter små förkunskaper. Enligt recensentens uppfattning bör den med sin klara och utredande framställning kunna bli till stor nytta bl. a. för geometrilärare. *Lennart Sandgren*

Haupt / Aumann / Pauc, *Differential- und Integralrechnung, Bd III.* W. de Gruyter, Berlin, 1955. 319 S., DM 28.—.

En bekant lärobok av Haupt—Aumann i Göschens Lehrbücherei har kommit i en andra upplaga. Det tredje bandet behandlar integrationsteorien. Det är egentligen fråga om en helt ny lärobok, de båda upplagorna skiljer sig helt åt. En enhetlig, axiomatisk framställning har eftersträvats genom algebraisering med hjälp av en inledande teori för »Boolesche Verbände». Man får en framställning, vilken innehåller som specialfall den vanliga för Lebesque-integraler med mått, mätbarhet, summabilitet osv. I ett fristående avsnitt behandlas linjära funktionaler och deras sammanhang med integraler. Teorien för

(generaliserade) Riemann-integraler innehålles i ett avsnitt över integration i topologiska rum. Därefter behandlas sammanhanget mellan integration och derivation jämte Denjoy-integraler. Boken avslutas med några tillämpningar, bl. a. integralformler av Stokes, Gauss och Green.

För den tilltalande enhetligheten får man betala ett ganska högt pris genom att det blir nödvändigt att införa ett mycket stort antal begreppsbildningar med tillhörande beteckningar. Arbetet är också typografiskt kompakt. En läsare, som har en del förkunskaper i ämnet och beväpnar sig med tålamod vid läsningen, har mycket att hämta ur den tankekväckande boken. *Magnus Tideman*

Richard G. Cooke, *Linear Operators.* MacMillan and Co., Ltd, London 1953, xii+454 Pp., 52s 6d.

Avsikten med boken är att tillsammans med förf:s tidigare bok, Infinite Matrices and Sequence Spaces (Macmillan 1950) ge en bred framställning av modern funktionalanalys. Utom den obligatoriska framställningen av spektralteorin (här kompletterad med en skiss av tillämpningarna på kvantmekanik) innehåller den bl. a. teori för matrisringar och Banachalgebror. Tyvärr har förf. totalt överdimensionerat de anglo-sachsiska insatserna, och boken är ganska svårläst på grund av oklar disposition. *Lennart Carleson*

H. J. J. Braddick, *The Physics of Experimental Method.* Chapman & Hall, London 1954. Pp. 404, 35s. net.

Läroböcker i fysikalisk teknik finns det inte så många. Detta torde bero på att fysikalisk teknik sällan studeras som ett självständigt ämne, utan man brukar tillägna sig motsvarande kunskaper och erfarenheter genom att deltaga i en större institutions arbete. Risken är därvid naturligtvis att man blott får kontakt med vissa avsnitt av ämnet.

Även en lärobok färgas naturligtvis lätt av författarens erfarenheter. J. Strong har i sin välkända bok »Procedures in Experimental Physics» försökt undgå detta genom att flera författare medverkat, men härigenom har boken kommit att bli detaljrik inom vissa avsnitt, medan andra helt utelämnats.

Detta gäller kanske i ännu högre grad om von Angerers bok »Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen», vilken 1952 utkom i helt omarbetad upplaga under redaktion av H. Ebert. Härvid ha ett stort antal fackmän medverkat, varigenom en uppslagsbok erhållits, som lämnar utförliga anvisningar inom många, ofta avancerade arbetsområden. Exempelvis behandlas isotopseparation och

elektronmikroskopets användning, ehuru man väl knappast normalt söker efter anvisningar härom i en liten bok av denna typ. För genomsnittsfysikern är emellertid den utförliga behandlingen av material och deras bearbetning av stort värde.

Braddicks bok skiljer sig från de båda ovan nämnda genom att vara mera lärobok än uppslagsverk. Innehållet kan i huvudsak sägas motsvara vad varje experimentalfysiker bör känna till. Endast sådana material och metoder behandlas, som de flesta experimentatorer med normala resurser förr eller senare får kontakt med. Boken kan nog därför ej användas som uppslagsverk, när man ställes inför ett mera ovanligt problem, ehuru man därvid kan få god hjälp av de väl valda litteraturanvisningarna.

Även de grundläggande fenomenen ges en kort men lättfattlig framställning. I kapitlet Elektriska mätningar behandlas sålunda ej blott galvanometrar och elektrometrar utan även ampere- och voltmetrar, och kapitlet om elektronik, som behandlar förstärkare, motkoppling och multivibrator, börjar med en kort genomgång av trioden. I övrigt behandlas material och deras bearbetning, apparaters mekaniska konstruktion, vakuumteknik, linssystems egenskaper och användning, fotografi, några mätmetoder inom kärnfysiken samt observationsfel och deras behandling. Ett stort antal figurer och tabeller gör framställningen lättläst. *Einar Lindholm*

Gordon Dean, *Report on the Atom, What You should know about Atomic Energy.* Eyre & Spottiswoode, London 1954, Pp. 288, 16s. net.

K. E. B. Jay, *Britain's Atomic Factories, The Story of Atomic Energy Production in Britain.* Her Majesty's Stationery Office, London 1954, Pp. ix+100, 5s. net.

J. Rotblat (Editor), *Atomic Energy, A Survey being News and Views of Atomic Energy.* Taylor & Francis, London 1954, Pp. viii+72, 6s. 6d. net.

Den 2 december 1942 kördes den första atomreaktorn i gång. Därmed började atomåldern, som vi nu befinna oss i och inte kan komma ur. Tyvärr måste sägas, att svensk allmänhet inte upplyses tillräckligt om de förutsebara konsekvenserna av atomålderns inträde och inte heller informeras i möjlig utsträckning om den produktion som är i gång i skilda delar av världen. Alla som ha med undervisning av ungdom att göra uppmanas därför enträget att läsa åtminstone den första av ovannämnda böcker (vars författare inom parentes sagt är uppenbart imponerad av det svenska atomenergiprogrammet).

Gordon Dean var 1949—53 ledamot av U. S. Atomic Energy Commission, från 1950 ordförande. Han har sålunda burit ansvaret för

utvecklingen på atomenergiområdet i Amerika under ett dramatiskt skede. Hans bok »is an attempt to describe in straightforward and simple terms the major segments of the atomic energy programme of the United States, which must be understood by government officials, leaders in industry, and persons in all countries and in all walks of life if we are to survive and handle ourselves wisely in the atomic age». Dean säger vidare i förordet: »What appears in the following pages is a report on the atom as I know it. That particular atom is made up of many more parts than electrons, protons, and neutrons».

»Britain's Atomic Factories» beskriver »primarily for the general reader» utvecklingen av och verksamheten inom den engelska atomindustrien. Uppbyggnaden av denna industri torde vara den förnämsta ingenjörsprestation som gjorts efter kriget.

Den sistnämnda boken återger en serie offentliga föreläsningar, anordnad av Atomic Scientists' Association i början av 1954 i London. »The aim of these lectures was to provide an up-to-date survey of the more important aspects of atomic energy together with a sound assessment of the prospects for the future». Samtliga föreläsare voro personligheter i ledande ställning; sålunda medverkade bl. a. Sir John D. Cockcroft och professorerna Frisch och Simon. — Prof. Simon diskuterar i sin föreläsning bl. a. den första »kraftreaktorn», vilken konstruerades av Westinghouse för ubåten Nautilus som stapelavlöpte i januari 1954. Det kan därför måhända vara motiverat att fästa uppmärksamheten på en dramatisk skildring av kampen kring projektet Nautilus, ett förlopp som i mycket påminner om John Ericssons och Robert Fultons svårigheter en gång i tiden (Clay Blair, Jr, *The Atomic Submarine and Admiral Rickover*, Henry Holt, New York 1954, Pp. ix+277, $ 3.50); om bokens vederhäftighet är svårt att yttra sig, men boken är väl värd att ta del av och kan anbefallas som gymnasistlektyr. *Torsten Jönsson*

Smithsonian Physical Tables. 9th rev. Ed. Smithsonian Institution, Washington 1954, Pp. viii+827, $ 9.00 paper, $ 10.00 cloth.

Nionde editionen av Smithsonians välkända tabellverk är redigerad av W. E. Forsythe i nära samarbete med National Bureau of Standards och under medverkan av ett mycket stort antal experter. Verket innehåller 901 tabeller, »giving data of general interest to scientists and engineers, and of particular interest to those concerned with physics in its broader sense». Jämfört med närmast föregående edition (Fowle 1934) är materialet väsentligt utökat, särskilt vad avser kosmisk strålning, vågutbredning, elektronik, aerodynamik och plaster; en avdelning atom- och kärnfysik har tillkommit. Redigeringen avslutades i

januari 1951, men aktualisering till 1953 synes i viss utsträckning ha skett i samband med korrekturläsningen.

Ett tabellverk av denna art skall naturligtvis först och främst vara pålitligt och blir därför konservativt. Smithsonians tabeller återge i allmänhet data direkt, dvs. utan omräkning, efter källorna. Konsekvens beträffande enheter föreligger därför inte. Övervägande användes cgs-enheter, i fråga om data av huvudsakligen tekniskt intresse mestadels fps-enheter.

Angivna priser, som äro självkostnadspriser, gälla vid direktrekvisition (Distribution Section, Editorial and Publications Division, Smithsonian Institution, Washington 25, D. C.) och förskottsbetalning (dollarcheck). *Torsten Jönsson*

W. G. Hudson, *Coveyors and Related Equipment.* J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 524, $ 9.00.

Litteratur som på svenskt språk behandlar lyftkranar, transportanordningar och maskinkonstruktioner av liknande art finns ej att tillgå i allmänna bokhandeln, om man undantar vad som kan bjudas i några handböcker. På tyska finns många mycket goda och moderna verk, och i England och USA har även utgivits värdefull litteratur inom området, där hänsyn tagits till den anmärkningsvärda utvecklingen efter kriget.

Föreliggande bok, som 1944 utgavs i sin första upplaga och nu 10 år senare tryckts i en tredje upplaga, hör avgjort till de bästa engelskspråkiga verken inom facket. Innehållet omfattar alla slag av transportörer för massgods och styckegods, elevatorer, linbanor, lastning, lossning och vägning, materialbehållare och fickor med luckor och mataranordningar samt krossar, såll och sorteringsverk. Förf. behandlar även pneumatisk och hydraulisk transport, kol- och asktransport vid ångkraftanläggningar samt transport med truckar och traktorer. I avslutningskapitlet behandlas riskerna för dammexplosioner. Kranar och lyftanordningar omnämnes endast i den mån de användes för omlastning och transport. Av särskilt intresse är förf:s beskrivningar av nyare, exceptionellt långa bandtransportrör och de speciella gummiband, som användes i dylika fall. Det hade varit motiverat att i detta sammanhang omnämna stålband med gummibelägg, en bandtyp som utvecklats i vårt land och som synes ha synnerligen stora förutsättningar.

Boken innehåller ca 300 figurer och är rikligt försedd med konstruktions- och driftdata samt ekonomiska uppgifter av största värde för fackmannen, vare sig han är beställare, projektör, konstruktör, montör eller övervakare av driften. *Elis Dahlin*

B. A. Gustafsson, *Maskinelement.* Gleerups förlag, Lund 1954, 136 s., kr. 4:50.

Den på Gleerups förlag utgivna serien av elementära läroböcker för den tekniska yrkesundervisningen har erhållit ett välbehövligt tillskott i form av en kortfattad lärobok i Maskinelement. Enligt företalet är den avsedd att delvis ersätta den utgångna boken Maskinelement och maskinlära. Uppdelningen av detta stora ämne på tvenne läroböcker torde ha varit väl motiverad och fört till att maskinelementen nu fått en någorlunda fyllig framställning.

Förf. har enkelt och anspråkslöst men klart och redigt lämnat beskrivningar i ord och bild av de vanligaste maskinelementen. Därjämte har i vissa kapitel enklare räkneexempel genomförts, och övningsexempel med svar samt repetitionsfrågor har i stor utsträckning avslutat kapitlen. Förf. har dessutom lagt in några enkla rit- och konstruktionsuppgifter. Ett tilläggskapitel, som omfattar ungefär en fjärdedel av bokens omfång, är ägnat åt hållfasthetslärans första grunder.

Det bör framhållas, att förf. bemödat sig om att använda korrekta benämningar, beteckningar och enheter samt att omnämna och tillämpa gällande svensk maskinstandard. Mot de genomräknade exemplen kan man givetvis göra invändningar, men med hänsyn till elevernas obetydliga förkunskaper i matematik och fysik är en prutning på räknemetodernas riktighet ofta ofrånkomlig.

Boken skulle enligt min mening vinna på om några få sidor ägnades åt de vanligaste, standardiserade stål -och gjutjärnssorterna, deras benämningar, beteckningar, allmänna egenskaper och användning. Inom hållfasthetsläran skulle det vara lyckligt, om man kunde komma ifrån den tyvärr rätt allmänt godtagna benämningen »spänningslagen» för de enkla uttryck för spänningen i materialet, vilka antingen uppställes direkt eller deduceras på matematisk väg att gälla vid dragning, böjning, vridning etc. Hookes lag förtjänar att kallas *lag* men knappast uttrycket $F = \sigma \cdot A$ eller kraften=spänningen×ytan! *Elis Dahlin*

Bengt E. Nilsson, *Fysik, Del I R — Reallinjen.* Förlag Natur och Kultur, Stockholm 1953, 78 s., kr. 3:15.

En helt ny lärobok för gymnasiet i fysik är en ovanlig företeelse i vårt land. I synnerhet nu, då skolan omgestaltas och då diskussionen om kursplaner är livlig, är man intresserad att se, om de gamla välkända kursmomenten kunna ges en ny form eller om den nya boken fyller de krav på förnyelse, som är en följd av att den moderna fysiken allt häftigare klappar på gymnasiets portar.

Det första intrycket av boken är avgjort positivt. Trycket är sobert och tydligt, papperet utmärkt och figurerna klara och instruktiva. De

äro tekniskt sett synnerligen väl utförda och torde vara de bästa, någon av våra läroböcker i detta ämne ha att bjuda på. Såväl format som sidoantal är något större än i de äldre läroböcker, som dominera läroverken, men å andra sidan torde figurerna i denna bok taga en större del av utrymmet än i de äldre.

Bokens innehåll följer troget de metodiska anvisningarna. I fråga om den ordning, i vilken de olika kursmomenten presenteras, skulle man vilja göra en del erinringar. Boken är tydligen avsedd för det treåriga gymnasiet, för det fyraåriga passar den icke. Eleverna i RI[4] ha icke tillräckliga kunskaper i geometri och likformighetslära för att kunna tillgodogöra sig framställningen av geostatik och dynamik så tidigt, som boken förutsätter. För vilken ring boken än är avsedd skulle man önska en bred redogörelse för det inom experimentalfysiken så viktiga begreppet proportionalitet. Det är omöjligt att genomföra en experimentell behandling av fysiken, om eleverna icke från början äro väl förtrogna med detta begrepp, och det kan klargöras med enkla experiment även på ett tidigt stadium. Matematikundervisningens mera principiella behandling av detta begrepp räcker icke, det måste klargöras och preciseras mot bakgrund av några aktuella fysikaliska experiment. Författarens egen framställning skulle ha vunnit på att detta begrepp från början varit klarlagt.

De metodiska anvisningarna föreskriva, att en kort kurs — ett fåtal lektioner — skall ägnas åt en förberedelse till dynamiken. Meningen är tydligen att med hjälp av kraftekvationen införa det dynamiska kraftbegreppet, enheterna newton och newtonmeter samt relationen 1 newtonmeter=1 joule. Författarens framställning av dessa moment kan icke sägas vara kort, den har tvärtom fått ett oproportionerligt stort omfång och har dessutom, enl. anmälarens mening, fått en olycklig utformning. Mot den elementära härledningen av de vanliga rörelsesatserna har man kanske icke något att invända, men den tillfogade jämförelsen mellan vägsträckor och triangelytor är både onödig och skadlig. Man studsar inför satser, som t. ex .denna: »Ytan av triangeln OAB är $=\frac{1}{2}at^2$, dvs. ... den tillryggalagda vägsträckan s». Detta måste anses vara ett missbruk av likhetstecknet.

Härledningen av den viktiga kraftekvationen har icke fått klara konturer. Kraft och massa äro ju mekanikens mest fundamentala begrepp och måste behandlas med vederbörlig respekt. De möjliga fyra kombinationerna mellan tung och trög massa, statisk och dynamisk kraft äro alla företrädda i lärobokslitteraturen. Prof. Nils Arley kommer i en mycket läsvärd artikel, »Om Mekanikens Grundlag» (Fys. Tidskr. *43*, 1945, pag. 65) till resultatet, att kombinationen tung massa och statisk kraft vida måste föredragas framför de övriga kombinationerna såsom den lättast genomskådliga, den enklaste och därför den

mest pedagogiska. Det är icke möjligt att på RI:s stadium göra någon principdiskussion, men lärobokens väg måste vara klar och konsekvent. Här är vägen dimmig. Begreppet massa definieras icke alls. Sedan ordet nämnts följer en enhetsangivelse, baserad på kilogramprototypen. 1 g är 1/1000 av prototypens massa; vid försöken användes vikter med viktangivelser i g. Det är den tunga massan, författaren använder, men han nämner icke begreppet. Diskussionen efter tabellerna berör endast den tröga massan, fast ordet icke nämnes. Lika obestämd är författarens inställning till kraft. Den anförda definitionen är vag och konturlös och i detta samband nämnes: »Definitionen av kraftenheten har baserats på en krafts förmåga att sätta en kropp i rörelse», dvs. det dynamiska kraftbegreppet. Men i tabellerna, där kraften ingår som oberoende variabel, användes tyngden av angivna vikter, således det statiska kraftbegreppet. Förf. tycks gå den väg som ovan angivits som den bästa, men texten döljer detta. Men nu kommer en allvarlig konsekvens. Då massa, kraft och acceleration således mätas var för sig med tidigare definierade enheter, måste man arbeta med proportionaliteter, och kraftekvationer erhålles under formen $F = c \cdot m \cdot a$. Först sedan kan den dynamiska kraftenheten, dyn eller newton, definieras genom diskussion av proportionalitetskonstanten, dvs. genom att sätta $c = 1$.

Enheten newton får en undangömd plats. Den omnämnes endast med petitstil och spelar icke någon roll i fortsättningen. Den betydelsefulla relationen 1 newtonmeter = 1 joule omnämnes endast i en not med petitstil. Icke heller i övningsexemplen spelar newton någon roll. Anmälaren har endast i två exempel funnit enheten medtagen och då i form av tryck, som angivits i N/cm^2 i st. f. N/m^2. Man kan icke säga, att de metodiska anvisningarnas krav och syfte i denna punkt uppfyllts.

I tabell 1 sid. 14 skulle man önskat uppgifter på felgränserna för tidsbestämningen, så att eleverna själva kunnat konstatera felgränserna i $2s/t^2$. Nu konstaterar författaren dogmatiskt, att »överensstämmelsen måste anses vara god». Samma önskan gäller andra tabeller. Förf. skulle med detta enkla medel bidragit till att ge eleverna den överblick och det fysikaliska omdöme, som måste krävas, icke minst i studentskrivningen.

I tabell 3, sid. 16, skulle man önskat ett meddelande, vari korrektionen består. Den angivna massan för trissan tycks vara rotationsmassan. I sista raden förekommer ett förargligt tryckfel. I st. f. värdet $19{,}8 \cdot 10^3$ skall stå $9{,}8 \cdot 10^3$.

Det anförda får vara tillräckligt. Även i åtskilliga andra avseenden skulle man önskat en större stringens i behandlingen, en tydligare och klarare framställning av definitioner och satser. Så som boken nu föreligger verkar den icke slutgiltigt genomarbetad.

Arvid Leide

JOHN C. JOHNSON, *Physical Meteorology.* John Wiley & Sons, Inc., New York, Chapman & Hall, Ltd., London, 1954, Pp. 393, $ 7.50.

Med fysikalisk meteorologi menas enl. förf. ett studium av sådana meteorologiska problem, som utan att vara direkt anknutna till rörelser i atmosfären ställer meteorologien i samband med andra grenar av naturvetenskap, såsom fysik, geofysik och astrofysik samt med olika slag av tillämpad forskning inom exempelvis radio- eller flygteknik. Boken är i första hand avsedd för blivande meteorologer, men den ger även fysikern en god uppfattning om hur komplicerade de fenomen är, som meteorologen försöker reda ut, jämfört med de relativt väl avgränsade problem, som studeras i ett välordnat laboratorium, där experimenten kunna genomföras under mänsklig kontroll.

Kontrollerbara experiment i atmosfären är dock icke helt uteslutna. Under gynnsamma omständigheter är det möjligt att på artificiell väg åstadkomma regn. Alltsedan de första försöken strax efter det andra världskriget har man använt olika metoder med varierande framgång, varvid torr-is eller silverjodidkristaller införas i moln av lämplig fysikalisk beskaffenhet.

I bokens första hälft behandlas olika slag av atmosfärisk optik, därpå följer molnbildning och nederbörd, nedisning av flygplan, atmosfärisk elektricitet samt slutligen jonosfärens, ozonosfärens och den övre atmosfärens fysik — ett innehållsrikt verk, väl genomarbetat med hänsyn till såväl teori som experiment. Framställningen är koncentrerad och förutsätter goda fysikaliska och matematiska förkunskaper.

B. Grundström

A. BLANC-LAPIERRE / M. PERROT, *Conductibilité électrique des lames métalliques minces,* Mémorial des Sciences Physiques, fascicule LVII, Gauthier-Villars, Paris 1954, 96 p., 1100 fr.

M. A. COLOMBANI, *Propriétés magnétiques des lames métalliques minces,* Mémorial des Sciences Physiques, fascicule LVIII, Gauthier-Villars, Paris 1954, 78 p., 1000 fr.

De tunna skikten ha genom experimentella och teoretiska framsteg under senare år fått en allt större betydelse som hjälpmedel vid och som objekt för undersökningar av olika slag. På grund av de talrika arbetena har det varit svårt att få en klar bild av forskningens nuvarande ståndpunkt på detta område. De föreliggande publikationerna äro välkomna översikter av undersökningar, som berört två av de viktigaste frågorna i de tunna metallskiktens fysik, nämligen elektrisk ledningsförmåga och magnetiska egenskaper.

Vid studiet av de elektriska egenskaperna hos metallhinnor finner man, att de närbelägna begränsningsytorna ge upphov till anomalier i konduktiviteten. De av Blanc-Lapierre och Perrot behandlade under-

sökningarna äro från de senaste 15 åren. Det experimentella materialet har bedömts med hänsyn till de olika faktorer, som kunna ha påverkat de erhållna resultaten såsom metallskiktets ålder och temperatur samt underlagets natur. I de sista 30 sidorna av häftet behandlas försök, som gjorts för att förklara teoretiskt bl. a. varför ledningsförmågan avtar så hastigt under en viss tjocklek hos metallhinnan. Man märker emellertid här, att det teoretiska greppet om problemen på dessa områden i allmänhet ännu är ganska osäkert.

Det stora intresse, som är förenat med undersökningar av egenskaperna hos tunna ferromagnetiska skikt, beror till stor del därpå att olika magnetiska teorier leda till skilda resultat, när en dimension hos provet blir mycket liten i förhållande till de andra. Genom dessa undersökningar har man därför en möjlighet tycks det, att skilja de magnetiska teorierna åt, vilket givetvis skulle vara av utomordentlig betydelse.

De föreliggande översikterna äro i huvudsak mycket klara och lättfattliga i framställningen. Genom att endast de mest väldefinierade undersökningarna tagits med, har man fått en välbehövlig gallring i den vilda floran av resultat på dessa områden. I det först behandlade häftet skulle man möjligen kunna efterlysa en mera ingående diskussion av det framlagda materialet, och i det senare lämna figurerna en del övrigt att önska. Trots detta kunna dessa häften utan tvekan rekommenderas. *Hans Uno Åström*

Kosmos, Fysiska uppsatser, utgivna av Svenska Fysikersamfundet, bd 32, 1954, 220 s., kr. 12:—.

I den första av bandets elva uppsatser presenterar fil. lic. Sven Lennander årets nobelpristagare i fysik, Max Born och Walter Bothe. De två följande handla om en stor svensk fysiker, J. R. Rydberg, som aldrig fick nobelpriset och som över huvud taget hade så svårt att vinna erkännande här hemma, att han, tio år efter det att hans huvudarbete hade publicerats, blev utslagen i konkurrensen om en professur, som man nu tycker han borde varit självskriven till. Professor Bengt Edlén skildrar Rydbergs vetenskapliga gärning och lektor Arvid Leide hans kamp för professuren.

Under rubriken »Aktuella problem kring fysikens små och stora tal» ger professor Oskar Klein, utgående från vissa märkliga talkonstanter inom mikrokosmos och makrokosmos, några betraktelser rörande kvantteoriens och kosmologiens utveckling.

Av de företeelser, som uppträda vid en total solförmörkelse, är det väl främst solkoronan, som tilldrar sig lekmannens intresse. Observator Jöran Ramberg redogör för några av de hittills vunna resultaten av astronomernas utforskande av solkoronan.

Att en ny epok i meteorologiens historia inletts i och med användningen av elektroniska räknemaskiner vid uppgörandet av väderleksprognoser, framgår av en uppsats av fil. lic. Bert Bolin. Byråchef Ove Norell beskriver metoder och instrument för radionavigering inom flyget, såsom olika radiopejlsystem, bäringsgivande fyrar för inflygning och landning, talande fyrar, primär och sekundär radar m. m.

De återstående bidragen anknyta till kärnfysiken. Avancerad forskning rörande atomkärnorna erfordrar en dyrbar experimentell apparatur, vars anskaffande överstiger de ekonomiska resurserna för de flesta av de västeuropeiska länderna. För att ge sina vetenskapsmän möjlighet att bedriva forskning på detta område ha tolv europeiska länder etablerat ett samarbete genom att upprätta en organisation för kärnforskning, benämnd Cern. Härom skriver professor Ivar Waller. Docent Sigvard Eklund beskriver den första svenska atomreaktorn, docent Roland Kiessling behandlar de med reaktorn och dess drift sammanhängande materialproblemen och docent Gunnar Holte ger en elementär teori för atomreaktorn.

Karl Sjögren

I. A. D. Lewis / F. H. Wells, *Millimicrosecond Pulse Techniques.* Pergamon Press, London 1954, Pp. xiv+310, 40 s. net.

Författarna, som numera båda tillhöra Atomic Energy Research Establishment i Harwell, avse att beskriva tekniken för pulsers alstring och användning, då varaktigheten är mycket liten, från 1 μs ned till 0,001 μs eller något därunder.

Boken innehåller en översiktlig teoretisk del och en tillämpningsdel, båda ungefär lika stora. Den förra är av allmänt intresse, klar, instruktiv och omsorgsfullt sammanställd, den senare kompilerande och fylld av kortfattade apparatbeskrivningar jämte schemaritningar och tilltalar väl en millimikrosekundpulstekniker av facket men är för andra ganska svårtillgänglig. Bibliografien är omfattande och påkostad.

De första hundra sidorna ägnas i huvudsak åt förlustfria ledningar. Intresseväckande är i synnerhet kapitlet om heterogena ledningar. Ett bekant itereringsförfarande publicerades av Carson i början av 1920-talet. Sedan dess har mycket skett på området och rekapituleras här på ett utmärkt sätt. Som specialfall behandlas de gaussiska och enkelt exponentiella fallen. Läsaren måste prestera rätt mycket räknearbete själv för att kunna följa med, men han underkastar sig gärna besväret tack vare god handledning och författarens rediga diskussion av grunderna.

I boken avbildas tidsfunktionerna genomgående med Laplace-

transformationen (utan *p*-faktor). En operatorräknare enligt Heaviside behöver dock inte skola om sig! Det är ju klart, att *p*-räkningen är det naturliga uttrycksmedlet i pulstekniken.

Ett par stickprov på specialavsnitt: en spirallednings fashastighet i första approximationen, minskning av fasdistorsion genom *m*-derivering av de avslutande fyrpolerna.

I väl avgränsade kapitel behandlas pulsgeneratorer, bredbandförstärkare upp till 400 Mp/s med elektronrör shuntade mellan konstledningar, en på galler- och en på anodsidan (distribuerad förstärkning), och katodstråleoscillografer för registrering av kortvariga engångsförlopp. Särskilt intresse väcker behandlingen av flygtidsdistorsionen och de transienta fenomenen i avböjningsplattornas tilledningar.

Som avslutning ägnas ett sextiotal sidor åt pulsteknikens användning i kärnfysiken för impulsräkning m. m.

Bokens stora värde förringas icke av de båda författarnas olika läggning och av de diskontinuiteter som följa därav.

E. T. Glas

H. Faul, editor, *Nuclear Geology.* A Symposium on Nuclear Phenomena in the Earth Sciences. J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1954, Pp. 414, $ 7.00.

»This book is dedicated to people who pick up rocks and stop to think.» I boken, som är avsedd närmast för avancerade universitetsstudier och för fältgeologer, redogör 26 forskare på ett lättfattligt sätt för kärnfysikaliska grundprinciper mätmetoder, förekomsten av radioaktiva och radiogena element och isotoper, uranklyvning, inducerade kärnreaktioner, värmeutveckling och strålningseffekter, geofysisk prospektering, åldersbestämning och jordens uppkomst. Hans Pettersson och medarbetare har behandlat oceanerna.

Innehållet är intressant och lättillgängligt, varför boken med behållning kan läsas av en var, som önskar en översikt på detta område. För atomfysikern är den av intresse på grund av dess utmärkta orientering om geologiska problem.

H. von Ubisch

K. Rankama, *Isotope Geology.* Pergamon Press, London, 1954, Pp. 535, 75 s. net.

Denna handbok motsvarar i uppläggningen den välkända Rankama & Sahama, *Geochemistry.* Det periodiska systemet behandlas element för element, och till skillnad från den ovan anmälda boken medtages här de stabila isotoperna. Som bekant varierar deras förekomst i naturen på grund av fysikalisk-kemiska effekter. Författaren vänder sig närmast till geologerna, men boken är även en värdefull tillgång för kärnfysiker.

H. von Ubisch

TH. F. HUETER / R. H. BOLT, *Sonics*. J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1955, Pp. 456, $ 10.00.

Till de många termerna av typen avionics, electronics, nucleonics osv. har nu även sällat sig »sonics». I likhet med de övriga betecknar här suffixet den tekniska användningen av den vetenskapsgren som förstavelsen anger, således i detta fall den tekniska användningen av ljud. I svenskan har vi ännu inte någon översättning. Ibland har uttrycket ultraljudsakustik använts i sammanhanget. Emellertid anger detta ord att ljudvågorna ligger över det hörbara området medan »sonics» inte har någon sådan distinktion. Vågar man föreslå termen »sonik» utan risk att det förväxlas med det inom flygtekniken använda »transsonik» och »supersonik» där man avser fenomen som uppträder vid farter kring och över ljudhastigheten.

Sonikens frekvensområde sträcker sig enligt förf. nedåt till bråkdelar av p/s (seismologer och oceanografer). Den övre gränsfrekvensen bestäms av den atomära eller molekylära strukturen, ty en vågrörelse i vedertagen bemärkelse kan icke existera i ett medium där partikelavståndet är avsevärt större än våglängden. Den fria medelväglängden i gaser och atomavstånden i en kristall sätter gränserna 10^8—10^9 p/s för gaser och 10^{13}—10^{14} p/s för fasta kroppar. På grund av den höga absorptionen nära dessa gränser sätts i praktiken gränsen till ungefär 10^6 p/s för gaser och 10^9 p/s för vätskor och fasta kroppar.

Författarna delar upp användningsområdena i två huvudgrupper: analys (där ljudvågen används som söksignal) och påverkan, (där ljudenergin åstadkommer en förändring i det påverkade materialet). I förra fallet rör man sig med relativt små effekter, endast tillräckliga för att åstadkomma en tydbar signal. Hit hör lägesbestämning av sprickor i material, mätning av elasticitetsmodul, undervattenssignalering osv. I det andra fallet koncentrerar man en stor effekt inom ett litet område och uppnår vissa verkningar av antingen mekanisk art (kavitation, höga accelerationer av partiklar, ultraljudrengöring spec. av metallytor), kemisk art (framställning av emulsioner, nedbrytning av kemiska bindningar) eller biologisk art (sterilisering, tillväxtpåverkan, upphettning av vävnader). De fysikaliska grundvalarna för dessa fenomen, särskilt uppkomsten av det viktiga kavitationsfenomenet är utförligt behandlade jämte den apparatur och teknik som användes. Ett kapitel har ägnats åt mätning och analys. Så långt sträcker sig den praktiska tillämpningsdelen (som alltså inte direkt berör sådana saker som undervattenssignalering och lokalisering genom ljud), men innan dess har grundligt redogjorts för de fundamentala principerna för vågutbredning i gaser, vätskor samt fasta kroppar jämte strålningsfältets utseende. De två huvudtyperna

av svängningsgivare, den piezoelektriska och den magnetostriktiva har ägnats var sitt omfattande kapitel.

De matematiska betraktelserna i denna bok har reducerats till vad som oundgängligen behövs och för den detaljerade teorin har hänvisats till tidskriftsartiklar. Texten har på ett föredömligt sätt förtydligats och kompletterats av bilder och diagram. Detta gör att boken i all sin korrekta saklighet utgör en synnerligen stimulerande läsning i ett ämne som vinner alltmer terräng. *Ulf Åberg*

B. Arne Gustafsson, *Beskrivande maskinlära, omfattande kraftmaskiner, pumpar, kompressorer, fläktar.* Gleerups böcker för yrkesundervisning 7 b, 2. uppl., Lund 1954, 192 s., häft. kr. 5:75, kart. kr. 6:20.

Det skall omedelbart framhållas, att boken gjort ett mycket gott intryck på anmälaren, och fastän viss kritik kan riktas mot den, är de läroanstalter, för vilka den är avsedd, att gratulera.

Man har fått vänja sig vid att läroböcker och kompendier för teknisk undervisning överflöda av föråldrade eller hemmagjorda beteckningssätt för tekniska storheter, felaktiga och otydliga definitioner, t. o. m. felaktiga uppgifter om de beskrivna maskinerna, och allt detta på ett språk som långt ifrån är lämpligt att vara exempel på vårdad teknisk svenska. Man önskar därför, att författaren till föreliggande arbete får många efterföljare. Han har enkelt och lättförståeligt klargjort maskinernas verkningssätt, i allmänhet utan att förgripa sig på den mera djupliggande teori, vilken icke kan behärskas av de elever, för vilka boken är avsedd. Ett undantag utgör behandlingen av arbetsmediets expansion i kolvmaskinernas cylindrar, som framställts såsom isotermisk, tydligen emedan eleverna icke ansetts kunna förstå en förklaring av adiabatisk eller polytropisk expansion. Behandlingen av dessa maskintyper skulle icke blivit avsevärt lidande på om författaren avstått från att beräkna tryckändringarna.

Proportionerna mellan bokens två huvudavsnitt, A) Kraftmaskiner och B) Pumpar, kompressorer och fläktar, synes vara ganska illa avvägda. Avsnitt A har fått breda ut sig på ca 160 sidor, medan avsnitt B fått nöja sig med ca 20. De allra flesta yrkesmän i teknisk tjänst kommer i kontakt med maskiner av typen pumpar och fläktar, medan endast ett fåtal får att göra med ångturbiner eller vattenturbiner. Det kan inte anses motiverat att taga med en redogörelse för ett så svårförståeligt begrepp som vattenturbinernas specifika varvtal, om man inte ägnat en rad åt hur fläktars och centrifugalpumpars driftsegenskaper ändras med varvtalet. Kapitlet ångmaskiner kunde saklöst ha skurits ner till hälften, och om författaren avstått från att behandla automobilens växellåda och differential, som i varje fall icke hör hemma bland kraftmaskinerna, där de nu behandlats, skulle det funnits

bättre utrymme för pumpar och fläktar och kanske t. o. m. för kylmaskiner, vilka inte alls kommit med.

Ett fåtal felaktiga fackuttryck har smugit sig med, t. ex. »dragfläkt» för en ångpannas luftfläkt och »samlingslådor» som benämning för både fördelningslådor och samlingslådor i en ångpanna. Vidare har en del omdömen fällts som man inte gärna vill skriva under. Författaren kallar sålunda Ljungströms luftförvärmare »en modärnare och bättre typ» (än den rekuperativa), och man frågar sig varför rekuperativa förvärmare överhuvudtaget byggs t. o. m. av landets ende leverantör av Ljungströmsförvärmare.

Figurmaterialet är i allmänhet av mycket god klass. De många schematiska figurerna förtydliga framställningen på ett utmärkt sätt, men man bör nog vara varsam med deras begagnande, så att de icke ger anledning till missuppfattningar. I figuren över La Mont-systemet har oljebrännaren placerats vertikalt i eldstadens botten och matarcisternen i en grop i golvet, vilket är alldeles onödigt och kan ge elever utan egna erfarenheter från pannrum en vilsen uppfattning om dessa viktiga apparaters vanliga placering.

Varje större avsnitt avslutas med en serie frågor, vilka är eleven till stor hjälp. Han kan med dessa frågor kontrollera sina kunskaper och får en repetition av kapitlets innehåll. Undertecknad har med hittills goda resultat prövat metoden på tekniskt gymnasium. Förutom dessa frågor finns ett hundratal tillämpningsexempel, givna dels i anslutning till varje särskilt avsnitt, dels som en repetition i slutet på boken. Vid kontrollräkning av ett 20-tal slumpvis valda uppgifter upptäcktes ett felaktigt svar.

Enligt förordet är boken avsedd för verkstads- och lärlingsskolor, praktiska mellanskolor och andra skolor på samma stadium. Med hänsyn till dess ganska stora omfattning på kapitlet kraftmaskiner är den även lämplig som stomme för undervisningen i beskrivande maskinlära på de tekniska gymnasiernas kemiskt-tekniska och byggnadstekniska linjer, för vilka lämpliga läroböcker i ämnet saknas.

Th. Forsner

Lloyd E. Malm / Harper W. Frantz, *College Chemistry in the Laboratory.* Freeman and Company, San Francisco 1954, 331 s., kr. 16: 80.

Under nobelpristagaren Linus Paulings ledning har denna arbetsbok sammanställts av två erfarna kemiprofessorer. Typografiskt tilltalande och försedd med rikliga, pedagogiskt utomordentligt klarläggande och stundom dramatiskt ritade illustrationer, varvid även Paulings metodik kommer till användning, ger boken anledning till

stora förväntningar, som i hög grad uppfyllas. Den visar sig innehålla bortåt femtio innehållsrika arbetsuppgifter, alla med inledande text, noggranna detaljföreskrifter och rikligt med frågor att besvaras på avsedda blad. Boken omfattar den experimentella kemikursen från realskolan till studentexamen, och uppgifterna äro av såväl kvalitativ som kvantitativ art, även innefattande analys och fysikalisk kemi. Den till varje arbetsuppgift hörande inledningen är mästerligt skriven, experimenten förbluffande effektiva och intresseväckande — stundom ovanliga — samt frågorna skickligt stimulerande på eleven.

Detta förnämliga tillskott till experimentalundervisningen synes väl värt att anskaffas till skolornas kemiinstitutioner och kan bli en guldgruva för varje intresserad kemilärare på såväl låg- som högstadiet.

E. Nordefeldt

Holleman / Schuler, *Einfache Versuche auf dem Gebiete der organischen Chemie.* Walter de Gruyter, Berlin 1954. 7. Auflage, 171 s., kr. 9: 70.

Redan fjorton år innan professor Holleman avled år 1953 hade hans efterträdare Schuler övertagit utgivandet av den välkända boken och sökt göra den alltmer användbar inom skilda studiestadier. Den nu utkomna sjunde upplagan, innehållande beskrivning av drygt 400 experiment, tyder på att den vunnit vidsträckt uppskattning. Många av uppgifterna kunna snabbt utföras med högst enkel apparatur och äro väl lämpade för undervisningen i realskola och gymnasium, de flesta övriga kunna anförtros åt intresserade elever till eget arbete, blott några få torde vara mest avsedda för begynnande universitetsstudier.

Förutom fördelen av enkel apparatur, noggrann beskrivning av försökens utförande jämte tillhörande reaktionsformler innehåller boken ett rikhaltigt register samt hänvisningar till teoretiska läroböcker, varför den synes i hög grad lämpad att införlivas med skolornas kemiska bibliotek för att giva läraren goda uppslag både för lektionsexperiment och elevlaborationer. *E. Nordefeldt*

K. Jasmund, *Die silikatischen Tonminerale.* 2. Aufl. Verlag Chemie, Weinheim 1955, 192 S., DM 17.60.

Först behandlas lerornas egenskaper jämte undersökningsmetoderna. Därefter beskrivas ingående några typer av tvåskikts- och treskiktsmineral. Elektronoptiska fotografier och strukturdiagram visa de nyaste forskningsresultaten inom detta gränsområde mellan mineralogi och kolloidkemi. *Bertil Englund*

Uno Boklund, *Kvalitativ biokemisk analys*, 5:e omarbetade uppl. Astra, Södertälje 1954. 128 s., kr. 7:50, inb., vid rekv. från AB Distra, Södertälje.

Denna bok ingår som del IV i det större verket »Kliniska laborationsmetoder», vars 2:a upplaga är under utgivning sedan 1952. Man kan numera köpa analysboken separat genom Astras eget distributionsbolag i Södertälje. Denna analysbok kan vara till nytta även utanför sjukhusens laboratorier. För skolornas kemiska laboratorier är det av inresse att i samband med biologi eller som enskilt arbete i kemi kunna skilja på sockerarter, påvisa furfurol, skilja mellan talg, smör och rovolja, påvisa fosfatider i äggula, bli något bekant med äggviteämnen, på enkelt sätt utföra papperselektrofores med hjälp av ett anodbatteri eller väggkontaktens likström, eller utföra pappersskromatografi. Det sista är ju så enkelt i utförandet, att det bara är märkvärdigt, att man kan få ett Nobelpris för metoden. Men just därför bör man bjuda på en demonstration redan i skolan. Boken behandlar även beredning av blodets plasma och serum och ger anvisningar på vissa fundamentala kemiska reaktioner i samband med blod.

Experiment med magsaft, saliv, galla, mjölk och urin torde även kunna komma i fråga på skolstadiet. Därför rekommenderas boken att införlivas med varje skolas kemiska eller biologiska utrustning.

J. Tandberg

Erich Hecker, *Verteilungsverfahren im Laboratorium*. Verlag Chemie, Weinheim 1955, 229 S., DM 19.—.

Föreliggande arbete ingår som Nr. 167 i serien *Monographien zu »Angewandte Chemie» und »Chemie-Ingenieur-Technik»* och är försett med ett företal av Professor Adolf Butenandt.

Redan 1872 fann Berthelot, att en substans fördelar sig i ett konstant förhållande mellan två icke blandbara lösningsmedel. Denna iakttagelse generaliserades 1891 av Nernst och har efter honom kallats Nernsts fördelningssats. Vid närvaro av flera olika molekylslag i de båda faserna fördela sig de enskilda molekylerna som om inga andra molekylslag vore närvarande.

Användandet av fördelningsmetoder för att skilja olika ämnen från varandra har under de senaste tio åren fått en allt större betydelse särskilt inom biokemien och den fysiologiska kemien. Författaren har som medarbetare åt Butenandt förvärvat stor erfarenhet på området och har nu gjort en sammanfattande framställning av den nya metodiken och dess problemställningar. I arbetet ges ej endast anvisningar

om användningen av fördelningsförfaranden och beskrivningar av de brukliga fördelningsapparaterna utan även en redogörelse för de teoretiska sammahangen i den mån dessa äro till nytta för ett djupare förstående av metoderna.

Boken består av en allmän del, där de praktiska och teoretiska grunderna för metodiken behandlas, och en speciell del, där anvisningar givas för utväljande av lämpliga lösningsmedelssystem och där det omtalas vilka typer av föreningar, som hittills kunnat skiljas genom fördelning. I en särskild avdelning benämnd »Rechenhilfen» går förf. närmare in på beräkning av fördelningskurvor. För underlättande av dylika beräkningar finnes ett separat tabellhäfte bifogat. Boken innehåller vidare 89 figurer och 74 tabeller samt ett sakregister och ett litteraturregister. Det senare innehåller 525 citat och omfattar tiden t. o. m. 1953. *Sigvard Wideqvist*

Insänd litteratur

John Wiley & Sons, Inc., New York; Chapman & Hall, London 1955:

D. Halliday, *Introductory Nuclear Physics.* 2nd Ed. Pp. 493, $ 7.50.
G. Friedlander / J. W. Kennedy, *Nuclear and Radiochemistry.* Pp. 468, $ 7.50.
O. Blackwood / W. Kelly, *General Physics.* A Textbook for Colleges. Sec. Ed., Pp. 704, $ 6.75.
F. Haurowitz, *Biochemistry.* Pp. 485, $ 6.75.
A. J. Stepanoff, *Turboblowers.* Pp. 377, $ 8.00.
A. R. Holowenko, *Dynamics of Machinery.* Pp. 464, $ 7.50.
C. F. Powell / I. E. Campbell / B. W. Gonser, *Vapor-Plating.* The Formation of Coutings by Vapor-Deposition Techniques. Pp. 158, $ 5.50.
Maria Goeppert Mayer / J. H. D. Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure.* Pp. 269, $ 7.75.
Charles A. Powel, *Principles of Electric Utility Engineering.* Pp. 251, $ 6.00.
W. N. L. Locke / A. D. Booth, *Machine Translation of Languages.* Pp. 243, $ 6.00.

O. S. Heavens, *Optical Properties of Thin Solid Films.* Butterworths Scientific Publications, London 1955, Pp. 261, 35 s. net.
K. E. B. Jay, *Atomic Energy.* Butterworths Scientific Publications, London 1955, Pp. 143, 5 s. net.
Fred Hoyle, *Frontiers of Astronomy.* Heineman, London 1955, Pp. 360, 25 s. net.
H. S. M. Coxeter, *The Real Projective Plane.* Cambridge Univ. Press 1955, Pp. 226, 27 s. 6 d. net.
E. H. Linfoot, *Recent Advances in Optics.* Oxford, Clarendon Press 1955, Pp. 286, 50 s. net.
E. A. Coddington / N. Levinson, *Theory of Ordinary Differential Equations.* McGraw-Hill Book Co. New York/London 1955, Pp. 429, 64 s. net.

R. E. Peierls, *The Laws of Nature.* Allen & Unwin, London 1955, Pp. 284, 21 s. net.

C. A. A. Wass, *An Introduction to Electronic Analogue Computors.* Pergamon Press, London 1955, Pp. 237, 40 s. net.

J. G. Thomason, *Linear Feedback Analysis.* Pergamon Press, London 1955, Pp. 355, 55 s. net.

Handbook of Scientific Instruments and Apparatus 1955, The Physical Soc., London, Pp. 286.

A. Einstein, *Sur l'électrodynamique des corps.* Mémoire publié en 1906 dans les Annalen d. Physik. Traduit par M. Solovine. Gauthier-Villars, Paris 1955, 56 p., 300 fr.

M. H. Pailloux, *Un aspect du calcul tensoriel.* »Mémorial des Sciences Mathematiques» nr. 130. Gauthier-Villars, Paris 1955, 72 p., 1100 fr.

Mme Jacqueline Lelong-Ferrand, *Représentation conforme et transformations à intégrale de Dirichlet bornée.* Gauthier-Villars, Paris 1955, 257 p., 4000 fr.

G. Julia, *Cours de géometrie infinitésimale.* Troisième fasc. Première partie: Methodes générales. Théorie des courbes. Gauthier-Villars, Paris 1955, 220 p., 3500 fr.

Frédéric Riesz / Bela Sz.-Nagy, Leçons d'analyse fonctionelle. Troisième éd. Gauthier-Villars, Paris 1955, 488 p., 3000 fr.

Traité de chimie organique. Publié sous le direction de V. Grignard. Tome XXIII (et dernier). Acide unique et composés analogues. Tables générales alphabétiques des tomes I—XXII. Masson & Cie, Paris 1955, 360 p., 8000 fr.

R. Taton, *Causalités et accidents scientifiques.* »Evolutions des sciences» nr. 6. Masson & Cie, Paris 1955, 172 p., 980 fr.

Second Colloque sur les équations aux dérivées partielles (Bruxelles 24—26 mai 1954). Masson & Cie, Paris 1955, 129 p., 1500 fr.

J. Duclaux, *Traité de chimie physique.* Tome III: 5. Centrifuges et ultracentrifuges. »Actualités scientifiques et industrielles» nr. 1228. Hermann & Cie, Paris 1955, 126 p., 800 fr.

Th. Sundorph, *Fysik for mellemskolen II* (76 s.), *Fysik for realklassen* (44 s.). 14:e udg. ved F. Hjerting. Gyldendal, København 1955.

T. Linnell / N. Hylander, *Nyttoväxter i färg.* Almqvist & Wiksell, Stockholm 1955, 22 s., kr. 11: 75.

R. W. Bishop, *Från gnistan till lysröret.* Övers. Natur & Kultur, Stockholm 1955, 160 s., kr. 5: 95.

C. E. Sjöstedt / S. Törnqvist, *Analytisk geometri.* För reallinjens matematiska gren. Natur & Kultur, Stockholm 1955, 148 s., kr. 6: 45.

Svenska Bokförlaget, Stockholm 1955:

Hj. Olson, *Algebra och planimetri för gymnasiet 2.* Femte uppl., 42 s., kr. 3: —.

Hjalmar Olson / Stig Hjalmars, *Stereometri.* För reallinjens matematiska gren. 119 s., kr. 3: 25.

Nyström / Olson, *Funktionslära och analytisk geometri.* Femte uppl., 222 s., kr. 7: 60.

T. Pehrson, *Djurgeografi.* 171 s., kr. 12: —.

Undervisningsplaner för rikets folkskolor utg. av K. Skolöverstyrelsen, 264 s., kr. 5: 10.

Problemavdelning[1]

Matematiska uppgifter

2001) *I triangeln ABC tangera de vidskrivna cirklarna resp. sidor i A_1, B_1, C_1. Om cirklarnas ytor äro i aritmetisk serie, gäller detsamma om de cirklar, som ha radierna AA_1, BB_1, CC_1.* X.

2002) *Mittpunkterna på sidorna AB, BC, CD, DA av den i en cirkel O inskrivna konvexa fyrhörningen ABCD äro resp. A_1, B_1, C_1, D_1. Härled ett lineärt, homogent samband mellan produkterna $AB \cdot OC_1$, $BC \cdot OD_1$, $CD \cdot OA_1$, $DA \cdot OB_1$.* V. *Thébault*

2003) *Lös ekvationen $1:(ab+a+1)+1:(bx+b+1)+1:(ax+x+1)=1$.* X.

Enklare matematiska uppgifter[2]

2004) Om $x+y=a_1$, $x^2+y^2=a_2$, $x^3+y^3=a_3$ ... $x^n+y^n=a_n$... och $a_1=1$, $a_2=3$, så är $a_{n+1}=a_n+a_{n-1}$, $n=2, 3$ .... Kan även utsträckas till negativa heltalsvärden på n.

2005) I en konvergent oändlig geometrisk serie är första termen $\sin x$, andra termen $\sin 2x$ och summan $-\sin 3x$. Bestäm exakta värdet av x.

Svar: $252° + n \cdot 360°$, $108° + n \cdot 360°$.

2006) Genom punkten $(a; a^2)$ på kurvan $y=x^2$ kan man draga en eller tre normaler till kurvan. Visa detta och angiv för vilka värden på a den ena eller den andra av de båda nämnda möjligheterna inträffar.

Svar: En normal, om $a^2<2$, tre skilda, om $a^2>2$, gränsfall, om $a^2=2$.

2007) Från punkten (3; 3) kunna två tangenter dragas till kurvan $4y=x^2+4$. Sök dessa tangenters ekvationer och beräkna ytan av den triangel, som begränsas av tangenterna och kordan mellan tangeringspunkterna.

Svar: $x-y=0$; $2x-y-3=0$. Ytan 0,5 ytenh.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Banérgat. 33, Stockholm Ö.

[2] Uppg. 2004—2011 äro insända av *Axby*, 2012 av *X*, 2013 av *S. B.*, 2014 av *I. Gunsjö*.

2008) På kurvan $ay=x^2$ röra sig två punkter A och B så, att skillnaden mellan deras abskissor hela tiden är konstant $=c$. Kurvans tangenter i A och B skära varandra i punkten P. Visa, att även ytan av triangeln ABP är konstant och angiv ytans storlek.

Svar: $c^3/4a$.

2009) Sidan AB i triangeln ABC är given till längd och läge, medan sidorna BC och AC variera. Sök orten för punkten C, om sambandet $a^2-b^2=\frac{1}{2}c^2$ gäller.

Svar: En normal till AB, som delar AB i förhållandet 1 : 3.

2010) Från högra brännpunkten i ellipsen $m^2x^2+a^2y^2=a^2m^2$ fälles normalen mot tangenten i punkten $(0; m)$. Sök orten för normalens fotpunkt, när storheten a är konstant men m antar olika positiva värden.

Svar: Den del av cirkeln $x^2+y^2=a^2$, som faller i första kvadranten, om $m<a$, den del av y-axeln, för vilken gäller $y>a$, om $m>a$.

2011) Kateterna i en rätvinklig triangel äro $2x$ cm och kx cm samt hypotenusan hx cm. Mätetalet för triangelns yta mätt i cm² är lika stort som mätetalet för omkretsen i cm. Beräkna k och h som funktioner av x, upprita motsvarande kurvor samt angiv för vilka siffervärden på x uppgiften är möjlig.

Svar: $k=4(x-1):(x^2-2x)$; $h=(2x^2-4x+4):(x^2-2x)$, $x>2$.

2012) I ett upptill öppet kärl, som invändigt har formen av en liksidig cylinder med lodrät axel, nedlägges en stålkula och vatten påfylles, tills kulan nätt och jämnt täckes. Hur förhåller sig för ett givet kärl klotets yta S till cylinderns basyta B, när den erforderliga vattenmängden är störst?

Svar: $S=2B$.

2013) En likbent triangel med konstant omkrets roterar kring ena benet. Sök förhållandet mellan basen och sidan, när rotationskroppens volym är så stor som möjligt.

Svar: $\sqrt{17}-3$.

2014) I triangeln ABC är vinkeln A 120°, sidan AC 2 cm och bisektrisen från hörnet C 3 cm. Beräkna exakta värdet av triangelytan.

Svar: $(2{,}2\sqrt{3}+2{,}4\sqrt{2})$ cm².

Lösningar till uppg. 1970—1972

1970) *I varje triangel är* $16R^2=r^2+r_a^2+r_b^2+r_c^2+a^2+b^2+c^2$.

I. Gunsjö

De segment, i vilka sidan BC delar cirkeln ABC har höjderna $\frac{1}{2}a \operatorname{tg} \frac{1}{2}A = \frac{1}{2}(r_a - r)$ och $\frac{1}{2}a \cot \frac{1}{2}A = \frac{1}{2}(r_b + r_c)$. Därav fås $r_a + r_b + r_c - r = 4R$ (1) och $(r_b + r_c)(r_a - r) = a^2$, (2) samt två analoga ekvationer. Enligt (2) är $\Sigma a^2 = 2\Sigma r_a r_b - 2r\Sigma r_a$ och alltså blir enl. (1) $r^2 + \Sigma r_a^2 + \Sigma a^2 = r^2 + (\Sigma r_a)^2 - 2r\Sigma r_a = 16R^2$. *X.*

Även löst av *Y. Ekedahl, B. Forslin, E. Samén, N. J., V. Gamst*

1971) *En punkt P ligger i första axelvinkeln inom ellipsen $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$, vars högra (vänstra) brännpunkt är $F(F_1)$. Linjerna FP och F_1P skära, utdragna över P, ellipsen i Q och Q_1. Visa, att $PQ > PQ_1$.* *X.*

I. Om u och v äro vinklarna vid F och F_1 i triangeln FF_1P, där $u > v$, erhålles $s = PQ - PQ_1 = b^2 : (a - c\cos u) - 2c \sin v : \sin(u+v) - [b^2 : (a - c\cos v) - 2c \sin u : \sin(u+v)]$. Efter utelämnande av positiva faktorer inses, att s har samma tecken som $(a - c\cos u)(a - c\cos v) - b^2 \sin^2 \frac{1}{2}(u+v) = a^2 - 2ac\cos\frac{1}{2}(u+v)\cos\frac{1}{2}(u-v) + \frac{1}{2}c^2(-2 + 2\cos^2\frac{1}{2}(u+v) + 2\cos^2\frac{1}{2}(u-v)) - b^2\sin^2\frac{1}{2}(u+v) = (a\cos\frac{1}{2}(u+v) - c\cos\frac{1}{2}(u-v))^2 > 0$. Vore nämligen $a\cos\frac{1}{2}(u+v) = c\cos\frac{1}{2}(u-v)$, skulle $\operatorname{tg}\frac{1}{2}u \cdot \operatorname{tg}\frac{1}{2}v = (a-c) : (a+c)$, dvs. halva omkretsen av triangeln FPF_1, skulle (enl. den kända formeln för $\operatorname{tg}\frac{1}{2}A$ i en triangel ABC) vara $a + c$, vilket är orimligt. *X.*

II. Med vanliga beteckningar är $2a = FQ + QF_1 = FQ_1 + Q_1F_1$. Alltså sammanfaller den utanför sidan PQ vidskrivna cirkeln till triangeln F_1PQ med den utanför sidan PQ_1 vidskrivna cirkeln till triangeln FPQ_1, ty deras tangeringspunkter med sidorna PQ och PQ_1 äro gemensamma, nämligen belägna på avståndet $a - \frac{1}{2}(PF + PF_1)$ från P. Om spegelbilderna till F_1 och Q med hänsyn till diametern genom P äro M på FQ och N på F_1Q_1, så är MN tangent till cirkeln dvs. $PN > PQ_1$ eller $PQ > PQ_1$. *N. J.*

1972) *Sidan i en kvadrat är n längdenheter, där n är ett helt tal. Den är indelad i n^2 ytenheter, men innehåller därjämte ett stort antal $(=y)$ kvadrater av olika storlek. Den givna kvadraten är medräknad. Vi tänker oss figuren lagd med tändstickor, av vilka n st. ingår i den största kvadratens sida. Då åtgår inalles x tändstickor. Sök sambandet mellan variablerna x och y.* *Y. Ekedahl*

Man får genast $x = 2n(n+1)$ och $y = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$. Genom division erhålles $y = \frac{1}{12}x(2n+1)$ dvs. $n = (12y - x) : 2x$ och $n + 1 = (12y + x) : 2x$ samt $x = (144y^2 - x^2) : 2x^2$ eller $y = \frac{1}{12}x\sqrt{2x+1}$. *X.*

Även löst av *V. Gamst, A. Norlin, N. J.*

Fyllnadsprövning efter studentexamen

Aug.—sept. 1955

Matematiska uppgifter för latinlinjen

1. Lös ekvationen $\frac{x-2a-3}{2a}-\frac{2a+2}{x-1}+1=0$, där a är en från 0 skild konstant.
2. I en konvergent oändlig geometrisk serie är summan av andra och tredje termerna $\frac{20}{9}$ och summan av samma termers inverterade värden $\frac{15}{8}$. Beräkna summan av den oändliga serien.
3. I en given halvcirkel med diametern AB och medelpunkten O uppritas dels två nya halvcirklar, som har AO respektive OB till diameter och är vända åt samma håll som den givna halvcirkeln, dels en cirkel, som tangerar den givna halvcirkelbågen i C och de båda andra halvcirkelbågarna i D respektive E. Hur stor del av den givna halvcirkelns yta upptages sammanlagt av de tre av cirkelbågar begränsade figurerna ACD, BCE och ODE?
4. I en triangel är två sidor 7 cm och 9 cm. Den i triangeln inskrivna cirkelns radie är $\frac{1}{3}$ av höjden mot den tredje sidan. Visa, att den omskrivna cirkelns radie är 0,7 av samma höjd.
5. I parallelltrapetset $ABCD$ är de parallella sidorna AB och DC 5 cm respektive 3 cm. Sidan BC är 4 cm, och vinkeln CAB mellan diagonalen CA och sidan AB är 40°. Beräkna parallelltrapetsets yta.
6. En konvergent oändlig geometrisk series summa är 3. Seriens kvot betecknas med x och dess andra term med y. Bestäm y som funktion av x, upprita motsvarande kurva inom det intervall, som kan komma i fråga, och bestäm med hjälp av kurvan eller på annat sätt det största värde, som seriens andra term kan anta.
7. Sammanbindningslinjen mellan hörnet A i triangeln ABC och den i triangeln inskrivna cirkelns medelpunkt O skär sidan BC i punkten D. Vinkeln A är 95,2° samt sträckorna AO och OD 5 cm respektive 4 cm. Beräkna sidan AB.
8. I triangeln ABC skär medianen CD sidan AB i punkten D. Medianen CD är 13 cm, och de vinkelräta avstånden från punkten D till sidorna AC och BC är 5 cm respektive 7,8 cm. Beräkna vinklarna A och B.

Resultat: **1.** $x_1=3+2a$; $x_2=1-2a$. — Man får $(x-1)(x-2a-3)+2a(x-2a-3)=0$, osv. **2.** 6. **3.** $\frac{5}{18}$. **5.** 15,97 eller 3,725 cm². **6.** $y=\frac{3}{4}-3(x-\frac{1}{2})^2$, varav $y_{max}=\frac{3}{4}$ för $x=\frac{1}{2}$; $(-<x<1)$. **7.** $AB=24{,}55$ cm, $AC=9{,}16$ cm eller omvänt. **8.** $A=39{,}31°$ och $B=81{,}20°$ eller $A=5{,}56°$ och

$B=8{,}69°$. — Ur rätvinkliga trianglar finner man de vinklar, $22{,}62°$ och $36{,}87°$, som medianen bildar med resp. AC och BC. Vinkeln C är då antingen $36{,}87°+22{,}62°$ eller $180°-(36{,}87°-22{,}62°)$; i senare fallet ligger fotpunkten för normalen från D på förlängningen av BC. Ur de likytiga trianglarna ACD och BCD erhålles $AC : BC = 7{,}8 : 5$. Vinklarna A och B kan sedan beräknas enl. tangentteoremet.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Allmän kurs.

1. I parallelltrapetset $ABCD$ är de parallella sidorna AB och DC 5 cm respektive 3 cm. Sidan BC är 4 cm, och vinkeln CAB mellan diagonalen CA och sidan AB är 40°. Beräkna parallelltrapetsets yta.
2. Bestäm konstanterna a och b i funktionen $y=(a^2-1)x^4-(a^2+2a)x^3+2(a+1)x^2+b$, så att y antar ett maximivärde $=4$ för $x=1$.
3. Summan av de n första termerna av en konvergent oändlig geometrisk serie är 4, och summan av de därpå följande $2n$ termerna är 3. Bestäm den geometriska seriens summa.
4. Lös ekvationen $\cos x \cos 2x \cos 3x = 0{,}25$.
5. Totala ytan av en rät cirkulär kon är lika med ytan av en given sfär med radien r. Vilket är det största värde, som ytan av den i konen inskrivna sfären kan anta?
6. På en kurva med ekvationen $y=ax^3+bx$, där a och b är konstanter, är $A(x; y)$ en fast punkt och $B(x+\triangle x; y+\triangle y)$ en rörlig punkt. Riktningskoefficienten (vinkelkoefficienten) för sekanten AB har värdet $\frac{5}{4}$ för $\triangle x=1$ och värdet $\frac{3}{5}$ för $\triangle x=0{,}1$ samt går mot gränsvärdet $\frac{5}{9}$, då $\triangle x$ går mot 0. Bestäm konstanterna a och b samt koordinaterna för punkten A. Upprita slutligen kurvan i dess huvuddrag.
7. Sidan AB i triangeln ABC ligger utefter den räta linjen $x-2y-8=0$. Mittpunktsnormalerna till sidorna AC och BC har ekvationerna $2x+3y-6=0$ och $x-y-3=0$. Bestäm ekvationerna för AC och BC.
8. Ett sfäriskt segment, som är mindre än en halvsfär, har höjden h, och dess plana basyta har radien r. I segmentet inskrives en rät cirkulär cylinder med ena basytan i segmentets plana yta och den andras omkrets på segmentets sfäriska yta. Visa, att då cylinderns volym är så stor som möjligt, dess höjd är $> \frac{1}{2}h$ och dess basyta $> \frac{1}{2}\pi r^2$.

Resultat: **1.** Se latinlinjens ex. 5. **2.** $a=0$; $b=3$. **3.** 8. **4.** $22{,}5° + n \cdot 45°$; $\pm 60° + n \cdot 180°$. **5.** $2\pi r^2$. — Om en kropp med volymen V och ytan Y är omskriven kring en sfär med radien r, gäller $3V=rY$. Man kan därför söka max. av konens volym. **6.** $a=\frac{5}{18}$; $b=\frac{25}{72}$; $A(\frac{1}{2}; \frac{5}{24})$. En kubisk parabel, monotont stigande. **7.** För AC och BC resp. $x+y-17=0$

och $3x+2y+4=0$. — Mittp.-normalerna råkas i (3; 0). Fäll en normal mot den kända sidan, osv. 8. Om cylinderns höjd är x och det kompletterande segmentets höjd är h_1, blir cylinderns volym $V=\pi x(h-x)(h_1-x)$. Då x växer från 0 till h, växer produkten $x(h-x)$, tills x passerar $\frac{1}{2}h$, medan faktorn h_1+x växer i hela intervallet. Max. kan därför inträffa först för $x>\frac{1}{2}h$. Om klotets radie$=R$ och cylinderns basradie$=z$, är $V:\pi=z^2(\sqrt{R^2-z^2}-\sqrt{R^2-r^2})=z^2(r^2-z^2):(\sqrt{R^2-z^2}+\sqrt{R^2-r^2})$. När z växer från 0 till r, växer produkten $z^2(r^2-z^2)$, tills z^2 passerar $\frac{1}{2}r^2$, och den återstående faktorn växer hela tiden. Max. kan därför inträffa först för $z^2>\frac{1}{2}r^2$.

Matematiska uppgifter för reallinjen

Specialkurs

1. En rät linje med riktningsvinkeln 135° går genom brännpunkten till parabeln $y^2=4ax$ och skär parabeln i punkterna A och B. Parabeltangenterna i dessa punkter skär varandra i en punkt C. Beräkna koordinaterna för denna punkt.
2. En fyrhörning $ABCD$ är inskriven i en cirkel med radien 6 cm. Vinkeln A är dubbelt så stor som vinkeln B. Bestäm fyrhörningens vinklar så, att summan av diagonalernas längder blir så stor som möjligt.
3. Två räta linjer, som är parallella med den ena asymptoten till en hyperbel, går genom var sin av hyperbelns brännpunkter. Den ena linjen skär hyperbeln i punkten P och motsvarande konjugathyperbel i punkten Q, den andra skär hyperbeln i punkten P' och konjugathyperbeln i punkten Q'. Visa, att PP' och QQ' är konjugatdiametrar.
4. Visa, att funktionen $I=I_0\sin(ct-v)$ satisfierar ekvationen

$$RI+L\frac{dI}{dt}=V_0\sin ct.$$

   Storheterna I_0, c, v, R, L och V_0 är konstanter, mellan vilka följande båda samband råder:

$$I_0=\frac{V_0}{\sqrt{R^2+c^2L^2}} \text{ och } \operatorname{tg} v=\frac{cL}{R}, \text{ där } 0<v<\tfrac{1}{2}\pi$$

5. En triangel bildas av koordinataxlarna i ett rätvinkligt koordinatsystem jämte den räta linjen $x+2y=4$. En ellips, vars axlar är parallella med koordinataxlarna, är inskriven i triangeln. Visa, att om ellipsens yta är den största möjliga, så delas hypotenusan mitt itu av motsvarande tangeringspunkt.
6. En metod att dela en given spetsig vinkel v i tre lika stora delar är följande. I en cirkel med medelpunkten O och radien 1 längd-

enhet avsättes en medelpunktsvinkel $= 2v$. Tillhörande korda AB är $2a$ längdenheter. I ett rätvinkligt koordinatsystem, där enheten på vardera axeln är 1 längdenhet, uppritas parabeln $y^2 = x$. En cirkel med medelpunkten i punkten $(2; -a)$ går genom origo och skär parabeln dessutom i tre andra punkter, av vilka den närmast vertex belägna har y-koordinaten y_1. I den ursprungliga cirkeln avsättes därefter en korda AD med längden y_1 längdenheter. Vinkeln AOD betecknas med $2u$. Visa, att $u = \frac{1}{3}v$.

7. Undersök kurvan $y = \frac{a^3}{x^2} - \frac{a^2}{x} - a$, där a är en positiv eller negativ konstant, med avseende på asymptoter, maximi- och minimipunkter samt inflexionspunkter. Upprita i deras huvuddrag och i särskilda koordinatsystem exempel på kurvor av de olika typer, som kan förekomma. Visa därefter, att om kurvorna för alla olika värden på a är belägna i ett och samma koordinatsystem, så har alla kurvorna två gemensamma tangenter. Bestäm ekvationerna för dessa, och ange tangeringspunkternas koordinater i det allmänna fallet.

Resultat: **1.** $(-a; -2a)$. — Är punkten $(x_0; y_0)$, blir tangentkordans ekv. $yy_0 = 2a(x + x_0)$, varav $2a : y_0 = -1$, osv. **2.** $A = 107{,}24°$; $B = 53{,}62°$; $C = 72{,}76°$; $D = 126{,}38°$. **3.** Så snart linjerna ligger symmetriskt till hyperblernas (H och H_1) centrum O, är PP' och QQ' diametrar. Om tangenten till H i P skär asymptoterna i A och B, är P mittpkt på AB. Tangenten till H_1 genom A skär den andra asymptoten i B_1, symmetrisk med B i avs. på O, ty trianglarna OAB och OAB_1 är likytiga. Då är Q identisk med kontaktpunkten på AB_1 och OQ_1 parallell med AB, varav satsen. **5.** Den största ellips, som kan inskrivas i en likbent och rätvinklig triangel är en cirkel. Projicieras denna figur på ett plan lagt genom ena kateten, övergår cirkeln i en ellips, som tangerar hypotenusan i dess mittpkt. **7.** Det är tillräckligt att diskutera $y = 1/x^2 - 1/x - 1$. Denna kurva har spetsasymptot $x = 0$ och vanlig asymptot $y + 1 = 0$, som den skär i $(1; -1)$. Min.pkt i $(2; -1{,}25)$. De gemensamma tangenterna är $x + y = 0$ och $5x - 27y = 0$ med kontaktpunkterna $(a; -a)$ och $(-3a; -\frac{5}{9}a)$. Infl. i $(3; -\frac{11}{9})$.

Uppgifter i fysik

1. Vid försök med en fallmaskin fick fallkroppen tillryggalägga ett antal olika långa vägsträckor (s cm), räknade från ett visst streck på skalan, vilket fallkroppen varje gång passerade med samma hastighet v_0 cm/sek. Framställ grafiskt med hjälp av nedanstående tabell kvoten $s : t$ som funktion av falltiden t sek och bestäm ur diagrammet dels v_0, dels accelerationen.

s	14,4	38,6	74,0	119,5	173,2
t	1	2	3	4	5

2. Över en gata är en lina spänd mellan husen. På linan är fästade två elektriska lampor. Vardera lampan väger 4,0 kg. Linan mellan lamporna är horisontell, medan delarna på sidorna därom lutar 12° mot horisontalplanet. Beräkna spänningarna i linans tre delar. Figur, som återger kraftsituationen i de olika delarna, erfordras.
3. Det luftmotstånd, som ett fordon utsättes för, beror på ett komplicerat sätt av fordonets hastighet och form. Vid överslagsberäkningar brukar man ofta utgå från att detta motstånd är proportionellt mot kvadraten på hastigheten. — En lastbil gjorde en hastighet av 45 km/tim uppför en backe vid ett tillfälle, då den med last vägde 2400 kg. När den strax därefter åkte utför samma backe, gjorde den med oförändrad motoreffekt 81 km/tim. Då vägde den efter att ha lämnat en del av sin last endast 1800 kg. Hur stor hastighet skulle bilen ha gjort på en horisontell väg med oförändrad motoreffekt? — Vid denna överslagsberäkning får antagas, att av den effekt, motorn utvecklar, alltjämt samma bråkdel överföres till nyttig effekt för bilens framdrivande. Man får bortse från luftens egen hastighet och från friktionsförluster, som beror av vägbanans beskaffenhet.
4. För att kontrollera, hur mycket värme lysgas avger vid förbränning, kan man använda en kalorimeter, som i huvuddrag har följande konstruktion. Genom ett smalt rör flyter en vattenström med konstant hastighet. På två ställen A och B i röret befinner sig lödställena till ett termoelement. Mellan A och B är anbragt en uppvärmningsanordning, där vattnet i röret uppvärmes av en gaslåga. Termoelementet är anslutet till en känslig, självregistrerande galvanometer. Vid en bestämning med en sådan apparat rann genom röret konstant 48,0 liter vatten per timme. Termoelementets elektromotoriska kraft var 24,0 mikrovolt/grad och strömkretsens hela resistans 12,0 ohm. Registreringarna visade, att strömstyrkan under 12 timmar haft medelvärdet 8,00 mikroampere. På en gasmätare avlästes, att gaslågan under dessa 12 timmar förbrukat 0,720 m^3 gas. Genom särskilda försök visste man, att 80 % av den värmemängd, som gaslågan utvecklade, tillfördes vattnet. Beräkna ur ovannämnda uppgifter, hur många kcal som totalt erhålles vid förbränning av 1 m^3 lysgas.
5. Ett cylindriskt knippe parallella strålar får infalla genom objektivet till en teaterkikare (Galileis kikare). Knippets axel sammanfaller med kikarens huvudaxel. Kikaren är inställd för oändligt avlägsna föremål. Dess vinkelförstoring är då 3,0. Medelst en lux-

meter finner man belysningen bakom okularet vara 7,2 ggr så stor som framför objektivet. Beräkna den totala flödesförlusten vid gången genom linserna, angiven i procent av det på objektivet fallande flödet. Figur, som återger strålgången, kräves.

6. För att bestämma brytningsindex för en vätska hällde man en lagom mängd därav i ett parallellepipediskt kärl, förfärdigat av glas med brytningsindex 1,495. De planparallella väggarnas tjocklek var 7,0 mm. Avståndet mellan mot varandra vända innerytor av två kärlsidor utgjorde 12,0 cm. Vid kärlets horisontella bottenyta fästes en nål lodrätt, så att dess spets befann sig under vätskeytan. Ett avläsningsmikroskop anbragtes så, att dess optiska axel blev vinkelrät mot en av nämnda sidoytor och passerade genom nålspetsen. Mikroskopet inställdes så, att den yttre, mot detsamma vända glasytan syntes skarp och försköts därefter i optiska axelns riktning, tills nålspetsen syntes skarp. Förskjutningen befanns utgöra 63,2 mm. Mikroskopet inställdes därefter på samma sätt vinkelrätt mot motsatt sidoyta. Motsvarande inställningar gjordes från denna sida. Förskjutningen mellan de båda lägen, i vilka kärlets yttersida och nålspetsen syntes skarpa, befanns utgöra 36,0 mm. Beräkna vätskans brytningsindex. Figur, som återger strålgången (dock ej i mikroskopet), kräves.
7. En milliamperemeter med 10 ohms resistans gör fullt utslag för 30 mA. Instrumentet shuntas, så att det gör fullt utslag för 5,0 A i huvudledningen. Hur stor blir instrumentets effektförbrukning, då strömmen genom huvudledningen utgör 4,0 A? Kopplingsschema erfordras.
8. Mellan de båda polerna till ett likströmsnät med konstant spänning inkopplas i serie två motstånd med resistanserna R_1 och R_2. En voltmeter med resistansen r anslutes först parallellt med R_1, sedan parallellt med R_2. Den visar därvid spänningarna V_1, respektive V_2. Visa, att $V_1 : V_2 = R_1 : R_2$, oberoende av värdet på r. Kopplingsschema kräves.

Resultat: 1. 9,4 cm/sek; 10,1 cm/sek^2. 2. I den horisontella delen 18,8 p, i de övriga 19,2 p. 3. 65 km/tim. — Om i resp. fall dragkraften är F_1, F_2, F_3 och hastigheten v_1, v_2, v_3, gäller $F_1v_1 = F_2v_2 = F_3v_3$, varav $v_1M \sin \alpha + kv_1^3 = kv_2^3 - v_2m \sin \alpha = kv_3^3$ (1), där M och m är vikten före och efter avlastningen, α vägbanans lutningsvinkel och k en prop.-konst. Ur (1) erhålles $v_1M \sin \alpha = k(v_3^3 - v_1^3)$ och $v_2m \sin \alpha = k(v_2^3 - v_3^3)$ och efter division $v_1/v_2 \cdot M/m = (v_3^3 - v_1^3)/(v_2^3 - v_3^3)$, varur v_3 beräknas. 4. 4000 kcal/m^3. 5. 20 %. 6. 1,34. 7. 0,96 W. — Vid 5 A är spänningen över instrumentet $10 \cdot 0{,}03$ V; vid 4 A är den $\frac{4}{5} \cdot 10 \cdot 0{,}03$ V, varför effekten (shunten inräknad) då är $4 \cdot \frac{4}{5} \cdot 10 \cdot 0{,}03$ W $= 0{,}96$ W.

ya läroböcker
fysik

FÖR ENHETSSKOLAN OCH REALSKOLAN

Almkvist—Knave—Lindholm

Fysik för enhetsskolan och realskolan

Del 1. Optik — Utk. omkr. 15 sept.

Beckman—Wetterblad—Lindahl

Fysik för enhetsskolan

Del 1. Optik — Utk. omkr. 15 sept.

FÖR GYMNASIET

Almkvist—Beskow—Herlin—Knave—Wetterblad

Fysik för gymnasiet 1

Mekanik av Göran Beskow — G — Häft. 4:—

Lönnqvist

Astronomi

För realskolans avslutningsklass och ringarna AI^4, LII^4 och RI^4 — G — Häft. 3:75

G = Godkänd av Statens läroboksnämnd

SVENSKA BOKFÖRLAGET

KOLBOKCENTRALEN

David Bagares gata 20 · Stockholm
Tel. 23 69 80 · Postgiro 551 60

Utställning även Parkgatan 19, Göteborg

SVENSKA BOKFÖRLAGET · NORSTEDT · BONNIER

Utställning
Lärarexemplar
Rekvisitioner

Hamngatan 4, Malmö

DEN NYA LIKRIKTARKUBEN

Norstedts nya likriktarkub är konstruerad direkt för skoländamål. Den är behändig till formatet, och genom att de utgående spänningarna är helt skilda från nätet är kuben fullkomligt ofarlig att använda. Från kuben erhålles 0—15 volt lik- eller växelström, reglerbar i sex steg. Kuben kan belastas upp till 10 amp. Likströmmen är glättad. Dessutom innehåller apparaten inbyggda volt- och ampèremetrar samt två automatiska säkringar. Kort sagt, den nya likriktarkuben är en idealisk strömkälla för demonstrations- och laborationsförsök

Pris 295:—

P. A. NORSTEDT & SÖNER

SKOLAVDELNINGEN

Stockholm **Göteborg** **Malmö**

LUND 1955, HÅKAN OHLSSONS BOKTRYCKERI